

ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS DE MATEMÁTICA

2

3^a
SÉRIE



Ensino Médio

Secretaria de
Educação



GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO



/SeeducRJ



/seeducrj



/seeducrio



GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO

Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação

Comte Bittencourt
Secretário de Estado de Educação

Andrea Marinho de Souza Franco
Subsecretária de Gestão de Ensino

Elizângela Lima
Superintendente Pedagógica

Coordenadoria de Área de conhecimento
Maria Claudia Chantre

Assistentes

Carla Lopes
Fabiano Farias de Souza
Roberto Farias
Verônica Nunes

Texto e conteúdo

Prof. Evaldo de Lima
C.E. Pastor Miranda Pinto
Prof.^a Fátima Cristina R. dos S. Magalhães
C.E. João Proença
Prof. Herivelto Nunes Paiva
C.E. Pandiá Calógeras
Prof. Jonas da Conceição Ricardo
CIEP 394 Cândido Augusto Ribeiro Neto
Prof. Lucas José Ribeiro
C.E. Professor José Accioli
Prof. Luciano Silva Terencio de Jesus
CEJA Petrópolis
Prof.^a Mônica de Siqueira da Cunha
C.E. Pastor Miranda Pinto

Capa

Luciano Cunha

Revisão de texto

Prof^a Alexandra de Sant Anna Amancio Pereira

Prof^a Andreia Cristina Jacurú Belletti

Prof^a Andreza Amorim de Oliveira Pacheco.

Prof^a Cristiane Póvoa Lessa

Prof^a Deolinda da Paz Gadelha

Prof^a Elizabete Costa Malheiros

Prof^a Ester Nunes da Silva Dutra

Prof^a Isabel Cristina Alves de Castro Guidão

Prof José Luiz Barbosa

Prof^a Karla Menezes Lopes Niels

Prof^a Kassia Fernandes da Cunha

Prof^a Leila Regina Medeiros Bartolini Silva

Prof^a Lidice Magna Itapeassú Borges

Prof^a Luíze de Menezes Fernandes

Prof Mário Matias de Andrade Júnior

Paulo Roberto Ferrari Freitas

Prof^a Rosani Santos Rosa

Prof^a Saionara Teles De Menezes Alves

Prof Sammy Cardoso Dias

Prof Thiago Serpa Gomes da Rocha

Esse documento é uma curadoria de materiais que estão disponíveis na internet, somados à experiência autoral dos professores, sob a intenção de sistematizar conteúdos na forma de uma orientação de estudos.

Matemática – Orientação de Estudos

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	6
2 Aula 1- Propriedades das Probabilidades	8
3 Aula 2- Propriedades das Probabilidades	11
4 Aula 3 - Conceitos Básicos de Estatística e Frequências	15
5 Aula 4- Representação Gráfica	18
6 Aula 5- Medidas de Posição e Desvio padrão	21
6.1 Desvio Padrão	22
7 Atividades	24
8 Resumo	26
9 Referências Audiovisuais	26
10 Referências Bibliográficas	26



DISCIPLINA: Matemática.

ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS para Matemática

2º Bimestre de 2020 - 3ª série do Ensino Médio

META:

Apresentar os conceitos de análise combinatória, suas aplicações no dia a dia por meio de situações práticas e iniciar estudo conceitual e introdutório de Probabilidades, através de demonstrações práticas.

OBJETIVOS:

Ao final destas Orientações de Estudos, você deverá ser capaz de:

1. Resolver problemas utilizando probabilidade da união de eventos e probabilidade de eventos complementares.
2. Resolver problemas envolvendo probabilidade condicional.
3. Compreender os conceitos básicos de estatística: população, amostra, frequência absoluta e frequência relativa.
4. Construir, ler e interpretar histogramas, gráficos de linha, de barras e de setores.
5. Resolver problemas usando o cálculo de média aritmética, mediana e moda.
6. Resolver problemas envolvendo cálculo de desvio-padrão.



INTRODUÇÃO

A espécie humana difere dos demais organismos pelo seu poder de controle sobre o meio que ocupa, como também pelo desenvolvimento de uma cultura complexa que difere em diversas partes do planeta. Essa complexidade cultural serviu como um mecanismo adaptativo facilitador da espécie humana a um determinado ambiente.

Durante o processo de ocupação de determinados ambientes, a espécie humana gerou uma série de mecanismos e apetrechos que tornaram possível a sua manutenção neste ambiente. Com o passar do tempo, todo um conjunto de técnicas foi criado pelo homem, chegando aos dias atuais, onde a alta tecnologia permite a sobrevivência e manutenção da vida em situações que, em um passado longínquo, permitiriam que um determinado indivíduo sobrevivesse por alguns poucos anos.

Muito embora a palavra **ESTATÍSTICA** ainda não existisse, há indícios de que 3.000 anos a.C. já se faziam censos na Babilônia, China e Egito.

Desde remota antiguidade, os governos têm se interessado por informações sobre suas populações e riquezas, tendo em vista, principalmente, fins militares e tributários. O registro de informações perde-se no tempo. Confúcio relatou levantamentos feitos na China, há mais de 2000 anos antes da era cristã. No Egito Antigo, os faraós fizeram uso sistemático de informações de caráter estatístico, conforme evidenciaram pesquisas arqueológicas. Desses registros também se utilizaram as civilizações pré-colombianas, dos maias, astecas e incas.

Na Bíblia encontramos essa recuperação histórica, no livro quarto¹ do **Velho Testamento** que inicia com uma instrução a Moisés para que fizesse um levantamento dos homens de Israel que estivessem aptos para guerrear com outros povos.

¹ Gênesis (1º) – Êxodo (2º) – Levítico (3º) – Números (4º) – Deuteronômio (5º)

Na época do Imperador César Augusto, saiu um edito para que fizesse o censo em todo o Império Romano (a palavra **censo** deriva de censere, que em latim significa taxar, tributar).

Originalmente, a palavra Estatística vem de **status**, que em latim significa **Estado**. Sob essa palavra acumulam-se descrições e dados relativos ao Estado. A Estatística, na mão dos estadistas, constitui-se verdadeira ferramenta administrativa.

Em 1085, Guilherme, o Conquistador, ordenou que se fizesse um levantamento estatístico da Inglaterra. Esses levantamentos deveriam incluir informações sobre terras, propriedades, uso da terra, empregados, animais e serviria também, de base de cálculo de impostos. Esse levantamento originou um volume intitulado **Domesday Book**².

A estatística ganhou destaque na Inglaterra, no século XVIII, a partir das tábuas de mortalidade, aritmética política, de **John Graunt**, que consiste de exaustivas análises de nascimento e morte, que resultou na conclusão de que a porcentagem de nascimentos de crianças do sexo masculino era ligeiramente superior à de crianças do sexo feminino, entre outras conclusões.

A palavra Estatística foi cunhada pelo acadêmico alemão **Gottfried Achenwall** por volta da metade do século XVIII³.

A concepção que o público em geral tem do conceito de Estatística é a do trabalho de coletar e armazenar números ou dados, ou, quando muito, calcular algumas porcentagens e índices, e fazer gráficos a partir desses dados. Na realidade, a Estatística é um ramo do conhecimento humano de dimensão muito ampla, devido ao seu profundo relacionamento científico.

Com o passar do tempo verificou-se que a estatística é de grande aplicabilidade nos mais variados campos de atuação, do jogo de azar à teoria das filas, da genética à economia.

² Domesday Book, significa livro do Dia do Juízo Final

³ O verbete Statistic (Estatística) apareceu na Enciclopédia Britânica em 1797.

2. Aula 1- Propriedades das Probabilidades

Ao final do 1º bimestre vimos que para obtermos a probabilidade de um evento, consideramos o espaço amostral S , finito e não-vazio e A um desses eventos e a probabilidade de ocorrência do evento A , por:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número de casos possíveis}} = \frac{n(A)}{n(E)}$$

É importante afirmar que para a probabilidade de um evento, devemos considerar que:

$$0 \leq P(E) \leq 1 \quad \text{ou} \quad 0\% \leq P(E) \leq 100\%.$$

Agora baseado na probabilidade de um evento, vamos estudar as propriedades das probabilidades.



Para aplicar as propriedades das probabilidades é necessário que você conheça previamente os diferentes tipos de eventos existentes.

Vejamos, então:

- a) Evento Certo: é o evento que corresponde a próprio espaço amostral, logo, $P(E) = 1$.

Exemplo: Considere o experimento aleatório, lançamento de um dado perfeito.

Evento $A \rightarrow$ ocorrência de um número voltado para cima menor que 7.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

- b) Evento Impossível: é o evento que corresponde ao subconjunto vazio do espaço amostral,
 $P(\emptyset) = 0$.

Exemplo: Considere o experimento aleatório, lançamento de um dado perfeito.

Evento $B \rightarrow$ ocorrência de um número voltado para cima maior que 6.

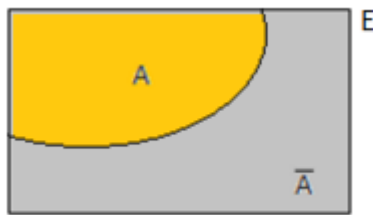
$B = \emptyset$

- c) Eventos Complementares: são dois eventos A e $\bar{A}$ que se complementam formando o espaço amostral, tais que:

$$A \cup \bar{A} = E$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

O diagrama a seguir, mostra a relação entre A e $\bar{A}$.



Exemplo: Considere o experimento aleatório, lançamento de um dado perfeito.

Evento $A \rightarrow$ ocorrência de um número voltado ser par $\Rightarrow A = \{2, 4, 6\}$

Evento $\bar{A}$

Assim, $A \cup \bar{A} = E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Logo, $A \cap \bar{A} = \emptyset$

Agora que já conhecemos os principais eventos, iremos apresentar as propriedades das probabilidades. Mas para isso é importante considerar o espaço amostral E , finito e não-vazio e A um evento qualquer de E .

Feito isto, temos:

- PROPRIEDADE 1: $P(\emptyset) = 0$, a probabilidade de um conjunto vazio é zero.
- PROPRIEDADE 2: $P(E) = 1$, a probabilidade de um evento é 1.

- PROPRIEDADE 3: $0 \leq P(A) \leq 1$, o valor da probabilidade sempre estará entre 0 e 1.
- PROPRIEDADE 4: $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ e $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, dois eventos A e $\bar{A}$ são complementares se não possuem elementos em comum e se a união dos seus elementos é o espaço amostral. Sendo assim, a soma das probabilidades dos eventos complementares é igual a 1.

Atividades Resolvidas:

1- No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de obtermos face 8?

Solução

O número de elementos desse espaço amostral é $n(E) = 6$, pois o dado possui 6 faces.

Vamos denominar por A, o evento face 8 e, como no dado convencional (perfeito), não há face 8, o número de elementos do evento A será dado por $n(A) = 0$.

Assim, a probabilidade de obtermos face 8 no lançamento de um dado perfeito será dado por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{0}{6} = 0 = 0\%$$

2- No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de obtermos face menor ou igual a 6?

Solução

O número de elementos desse espaço amostral é $n(E) = 6$, pois o dado possui 6 faces.

Vamos denominar por A, o evento face menor ou igual a 6 e o número de elementos do evento A será dado por $n(A) = 5$.

Assim, a probabilidade de obtermos face menor ou igual de um dado perfeito será dado

por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{6}{6} = 1 = 100\%$$

3- Um número do conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 200\}$ é escolhido ao acaso e a probabilidade de sair um múltiplo de 5 é $\frac{1}{5}$. Qual é a probabilidade de sair um número que não seja múltiplo de 5?

Solução

Considere o evento A, sair múltiplo de 5, que corresponde a $n(A) = \frac{1}{5}$.

Assim a probabilidade de sair um número que não seja múltiplo de 5, será indicada por:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Logo,

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{5} \rightarrow P(\bar{A}) = \frac{4}{5}$$

3. Aula 2- Probabilidade da União e Probabilidade Condicional

Inicialmente, vamos apresentar a probabilidade da união de eventos.

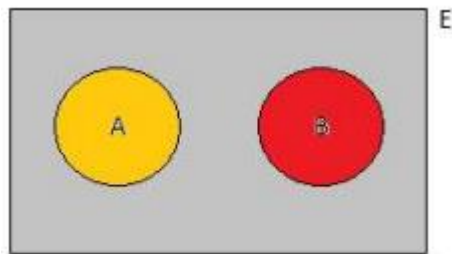
Então, vamos considerar dois eventos, que iremos chamá-los de A e B, de um mesmo espaço amostral E.

Agora, vamos encontrar a expressão que define a probabilidade ocorrer a união dos eventos A e B, isto é $A \cup B$.

Para tanto, é necessário, devemos considerar duas situações diferentes, conforme você pode observar a seguir:

1º Caso: $A \cap B = \emptyset$

Através do diagrama abaixo, podemos visualizar essa representação, veja:



Sabemos que o número de elementos da união entre A e B é dado pela expressão:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Mas como, A e B são disjuntos, isto é, $A \cap B = \emptyset$, temos:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

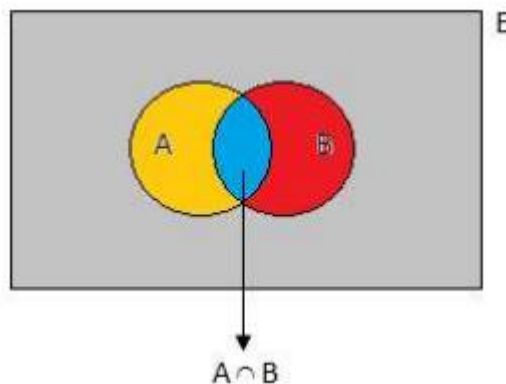
Dessa forma, como $n(E) \neq \emptyset$, a probabilidade será expressa por:

$$\frac{n(A \cup B)}{n(E)} = \frac{n(A)}{n(E)} + \frac{n(B)}{n(E)} \quad \rightarrow \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Importante ressaltar que os eventos A e B, neste caso, são **eventos mutuamente exclusivos**.

2º Caso: $A \cap B \neq \emptyset$

Também podemos visualizar essa representação através do diagrama a seguir, veja:



Dentro desta condição, como $A \cap B \neq \emptyset$, podemos observar que os elementos dessa interseção foram contados duas vezes, assim utilizaremos a seguinte relação, que é uma relação da teoria dos conjuntos:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Como $n(E) \neq \emptyset$, temos:

$$\frac{n(A \cup B)}{n(E)} = \frac{n(A)}{n(E)} + \frac{n(B)}{n(E)} - \frac{n(A \cap B)}{n(E)} \quad \rightarrow \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Agora, vamos pensar na palavra **condição** para definirmos a probabilidade condicional.

O termo **condição** sugere uma implicação, uma consequência.

Então, com base nesta ideia, podemos classificar probabilidade condicional, como o próprio nome sugere, a probabilidade de ocorrer um evento, sob a condição de que outro evento do mesmo espaço amostral já tenha ocorrido.

Desta forma, sejam os eventos A e B eventos de um mesmo espaço amostral E, representamos a probabilidade condicional de B dado que A ocorreu por $P(B|A)$ (lê-se “probabilidade de B dado que A ocorre”)

Assim, temos:

$$P(B|A) = \frac{\frac{n(B \cap A)}{n(E)}}{\frac{n(A)}{n(E)}} = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Logo:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}, \text{ com } P(A) > 0$$

Vamos ver a resolução de algumas questões sobre o conteúdo desta unidade!

Atividades resolvidas

1- Numa classe de 40 alunos, 22 são homens e 15 são louros. Entre os alunos louros, 10 são mulheres. Um aluno é escolhido ao acaso. Qual a probabilidade de ser homem ou louro?

Solução

Vamos considerar os eventos a seguir:

A = ser homem $\rightarrow n(A) = 22$

B = ser louro $\rightarrow n(B) = 15$

$A \cap B$ = ser homem e ser louro = $15 - 10 = 5$, pois sabe-se que entre os alunos louros,

10 são mulheres.

O número de elementos do espaço amostral é dado por $n(E) = 40$.

Daí, temos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{22}{40} + \frac{15}{40} - \frac{5}{40} = \frac{4}{5}$$

2- Uma urna contém 3 bolas brancas, 2 bolas vermelhas e 5 bolas pretas. Retira-se ao acaso uma bola da urna. Qual é a probabilidade de sair uma bola branca ou vermelha?

Solução

Vamos considerar os eventos a seguir:

A = bola branca $\rightarrow n(A) = 3$

B = bola vermelha $\rightarrow n(B) = 2$

$A \cap B$ = bola branca e bola vermelha $\rightarrow n(A \cap B) = 0$

O número de elementos do espaço amostral é dado por $n(E) = 10$.

Daí, temos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = 0,5 = 50\%$$

3- Qual é a probabilidade de extrair uma carta de um baralho comum de 52 cartas e obter um Ás, sabendo que ela é uma carta de copas?

Solução

Vamos aos eventos:

A = carta de Ás $\rightarrow n(A) = 4$

B = carta de copas $\rightarrow n(B) = 13$

$A \cap B$ = carta Ás e carta de copas $\rightarrow n(A \cap B) = 1$

O número de elementos do espaço amostral é dado por $n(E) = 52$.

Daí, temos:

$$P(B \setminus A) = \frac{\frac{n(B \cap A)}{n(E)}}{\frac{n(A)}{n(E)}} = \frac{\frac{1}{52}}{\frac{4}{52}}$$

$$P(B \setminus A) = \frac{1}{52} \cdot \frac{52}{4} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

4. Aula 3 - Conceitos Básicos de Estatística e Frequências

Diariamente ouvimos nos noticiários e/ou lemos nos jornais assuntos relacionados à estatística e sua aplicabilidade em nossa.

Agora, iremos conceituar alguns termos usados na estatística que são muito importantes para que possamos entender melhor sobre o assunto.

Vamos começar conceituando **Estatística**.

Estatística é o conjunto de técnicas que se ocupam com a coleta, organização, análise e interpretação de dados, tendo um modelo como referência.

Na estatística temos:

- a) **População (ou universo)** correspondente ao sistema, ou ao todo que se queira descrever. É sempre um conjunto de elementos com características em comum. Cada elemento da população estudada é denominado unidade estatística.
- b) **Amostra** um subconjunto ou uma parte da população. A amostra é sempre finita.
- c) **Variáveis** são as características estudadas de uma população. A variáveis podem ser classificadas em **qualitativas (atributos) e quantitativas (contáveis)**.
- d) **Amplitude amostral** é a diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados (valores).
- e) **Distribuição de Frequências** é a forma organizada de apresentação dos dados estatísticos.
- f) **Rol** é a ordenação de valores (ou dados) de forma crescente ou decrescente.
- g) **Frequência Absoluta (ou frequência)** é representado pelo número de vezes que um dado (ou valor) aparece num conjunto de dados.

h) **Frequência Relativa** é a porcentagem relativa a frequência absoluta.

Bem, depois de estabelecer os conceitos básicos de estatísticas e seus elementos, vamos para a aplicação prática!

Atividades Resolvidas

- 1) Em uma pesquisa sobre a quantidade de horas que os brasileiros passam assistindo à TV, foram entrevistadas 54 000 pessoas. Identifique a população, a unidade estatística e a amostra nessa situação.

Solução:

Analisando o enunciado da questão, temos:

População: Todos os brasileiros.

Unidade estatística: Cada um dos brasileiros.

Amostra: As 54 000 pessoas entrevistadas

2- Numa pesquisa sobre preços (em reais) de um modelo de *notebook*, em 20 lojas do ramo, foram coletados os seguintes valores:

2 000; 2 500; 2 000; 2 600; 2 000; 2 600; 2 600; 2 500; 2 500; 2 000; 2 000; 2 000;
2 500; 2 600; 2 600; 2 600; 2 600; 2 600; 2 600; 2 600.



Determine as frequências absoluta e relativa para os dados desta pesquisa sobre preços.

Solução

Os dados serão apresentados numa tabela para melhor entendimento. A tabela será formada por três colunas. a saber:

1ª coluna: os preços pesquisados ordenados (rol);

2ª coluna: as frequências absolutas dos preços pesquisados, indicando o número de vezes que cada valor ocorre;

3ª coluna: as frequências relativas dos preços pesquisados, que serão determinadas através do quociente entre o valor de cada frequência absoluta e o total da frequência absoluta.

Assim, temos:

Preço (R\$)	Frequência absoluta f_i	Frequência relativa f_r
2.000	6	$\frac{6}{20} = 0,30$ ou 30%
2.500	4	$\frac{4}{20} = 0,20$ ou 20%
2.600	10	$\frac{10}{20} = 0,50$ ou 50%
Total	20	100%

Determine a amplitude para o conjunto de dados, a seguir:

2 000; 2 500; 2 000; 2 600; 2 000; 2 600; 2 600; 2 500; 2 500; 2 000; 2 000; 2 000;
2 500; 2 600; 2 600; 2 600; 2 600; 2 600; 2 600; 2 600.

Solução

A amplitude (A) é determinada pela diferença entre o maior e o menor valor do conjunto de dados.

Assim, temos:

$$A = \text{máximo} - \text{mínimo} \rightarrow A = 2\,000 - 2\,600 = 600.$$

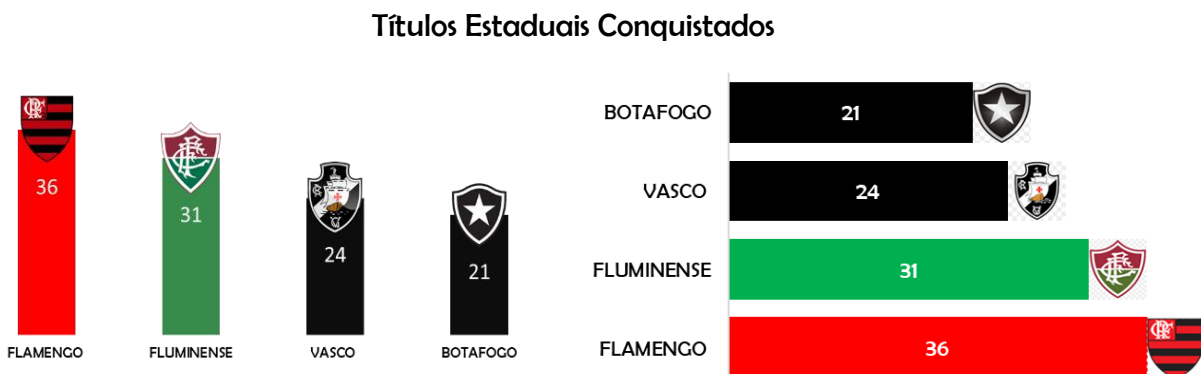
5. Aula 4- Representação Gráfica

A representação gráfica dos dados estatísticos tem por objetivo apresentar de forma rápida e concisa os resultados obtidos, permitindo-se chegar a conclusões sobre a evolução do fenômeno ou sobre como se relacionam os valores da série.

A representação gráfica deve obedecer a três princípios básicos: simplicidade, clareza e veracidade.

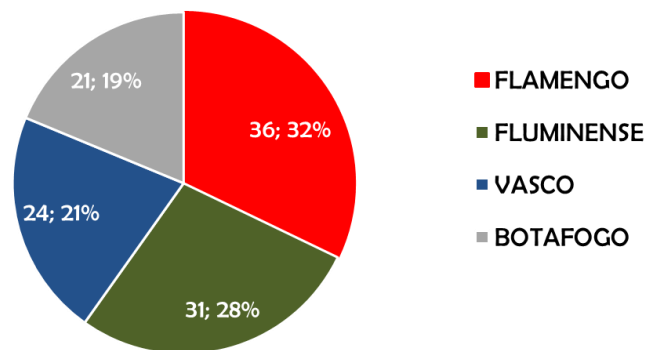
Existem várias maneiras de se representar graficamente os dados estatísticos de acordo com os tipos de séries.

a) Gráfico em Colunas ou Barras: Os dados são representados por meio de retângulos dispostos na vertical (colunas) ou na horizontal (barras).



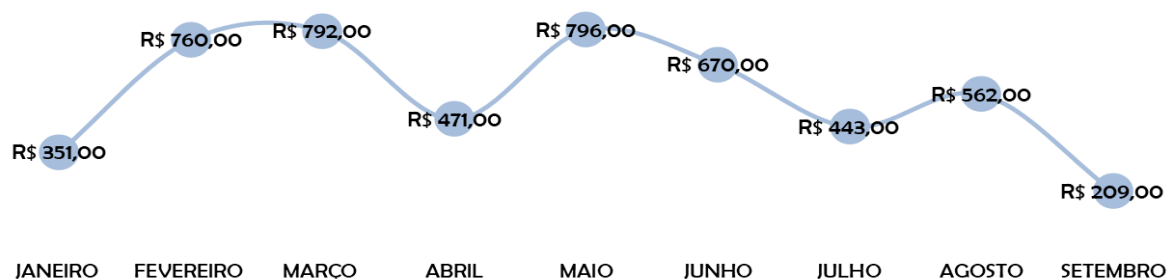
- a) Gráfico de Setor: É a representação gráfica dos dados estatísticos em um círculo através de setores. As áreas são proporcionais aos valores da série. Utilizado principalmente para verificação de percentuais na amostra ou população em estudo. É também denominado Gráfico de Pizza ou Polar

TÍTULOS ESTADUAIS CONQUISTADOS



- b) Gráfico de Linha: Utilizado usualmente para verificar o comportamento de uma determinada variável ao longo do tempo. O eixo x representa anos, meses, semestres, entre outros. Usado para uma série temporal.

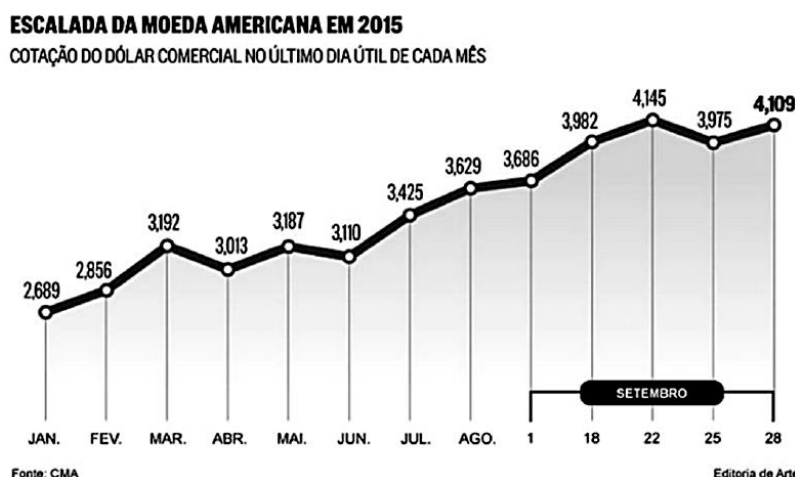
Valores de Vendas



Atividade Resolvida

1- (UCB - DF)

Com base exclusivamente nos dados apresentados no gráfico quanto à cotação do dólar comercial no último dia útil de cada mês de 2015, assinale a alternativa correta.



Disponível em: <<http://oglobo.globo.com/economia/negocios/bc-prometeduas-intervencoes-de-até-us-3-bi-no-mercado-de-cambio-17625197>>. Acesso em: 28 nov. 2016.

- a) Em dezembro de 2014, a cotação do dólar comercial foi menor que 2,689.
- b) O maior valor para a cotação do dólar comercial foi verificado em 28 de setembro.
- c) A função que representa o valor da cotação do dólar comercial em relação ao tempo é crescente, no intervalo apresentado no gráfico.
- d) A diferença entre os valores da cotação do dólar comercial de maio e de março foi menor que um centavo de real.
- e) Em 15 de agosto, o valor da moeda foi menor que 3,629.

Solução

Analisando o gráfico, a conclusão é que a diferença entre os valores da cotação do dólar comercial de maio e de março foi menor que um centavo de real.

Letra D

- 1) O gráfico de setores é também conhecido como:
- a) Gráfico de bolhas
 - b) Gráfico de pizza
 - c) Gráfico de linhas
 - d) Gráfico de colunas
 - e) Gráfico de barras

Solução

A resposta correta é Gráfico de pizza.

Letra B

6. Aula 5 – Medidas de Posição e Desvio padrão

As medidas de posição ou de tendências centrais são medidas que tentam se estabelecer no centro da distribuição estatística. As principais medidas de posição são **Média, Moda e Mediana**.

Para a **média** podemos considerar dois casos: **média aritmética** e **média ponderada**, que nada mais é que uma média aritmética de elementos repetidos.

- ✓ A **média aritmética ($\bar{X}$)** é calculada somando-se todos os valores de um conjunto de dados e dividindo-se pelo número de elementos deste conjunto e a sua fórmula é dada por: $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{\sum f_i}$.

Para a **média ponderada ($\bar{X}$)** é calculada multiplicando cada valor do conjunto de dados pelo seu peso e, em seguida encontra-se a soma desses valores que será dividida pela soma dos pesos. A fórmula para este caso é dada por: $\bar{X} = \frac{\sum X_i \cdot f_i}{\sum f_i}$

- ✓ A **moda (Mo)** é o valor de maior frequência em um conjunto de dados.
- ✓ A **mediana (Md)** é o valor que divide o conjunto de dados em duas partes iguais. Para encontrar o valor da mediana é necessário colocar os valores em ordem crescente ou decrescente. Quando o número elementos de um conjunto é par, a mediana é encontrada pela média dos dois valores centrais. Assim, esses valores são somados e divididos por dois.

Agora, vamos testar nossos conhecimentos sobre esta unidade.

Atividade Resolvida

1- Em uma escola, o professor de educação física anotou a altura de um grupo de alunos. Considerando que os valores medidos foram: 1,54 m; 1,67 m, 1,50 m; 1,65 m; 1,75 m; 1,69 m; 1,60 m; 1,55 m e 1,78 m, qual o valor da mediana das alturas dos alunos?

Solução

Inicialmente devemos colocar os valores em ordem. Neste caso, colocaremos em ordem crescente. Assim, o conjunto de dados ficará: 1,50; 1,54; 1,55; 1,60; 1,65; 1,67; 1,69; 1,75; 1,78

Como o conjunto é formado por 9 elementos, que é um número ímpar, então a mediana será igual ao 5º elemento, ou seja: $Md = 1,65$ m

2- Em uma sapataria durante um dia foram vendidos os seguintes números de sapato: 34, 39, 36, 35, 37, 40, 36, 38, 36, 38 e 41. Qual o valor da moda desta amostra?

Solução

Observando os números vendidos notamos que o número 36 foi o que apresentou maior frequência (3 pares), portanto, a moda é igual a 36.

6.1- Desvio padrão

Sempre que há necessidade de analisar um conjunto de dados para saber se ele é estável, utilizamos o **desvio padrão**. Mas, o que vem a ser desvio padrão? O desvio padrão é uma medida que expressa o grau de dispersão de um conjunto de dados. Ou seja, o desvio padrão indica o quanto um conjunto de dados é uniforme. Quanto mais próximo de zero for o desvio padrão, mais homogêneo são os dados. O desvio padrão

(DP) é calculado usando-se a seguinte fórmula: $DP = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}}$.

Observe que para determinar o desvio padrão é necessário conhecer o valor da média e que o desvio padrão não assumirá um valor menor que zero.

Atividade Resolvida

- 1) Em uma equipe de remo os atletas possuem as seguintes alturas: 1,55; 1,70 m e 1,80 m. Qual é o valor da média e do desvio padrão da altura desta equipe? Dado: média igual a 1,68.

Solução:

Como o valor da média já é conhecido, basta aplicar a fórmula do desvio padrão para os valores dados.

Assim, temos:

$$DP = \sqrt{\frac{(1,55-1,68)^2 + (1,70-1,68)^2 + (1,80-1,68)^2}{3}}$$

$$DP = \sqrt{\frac{(0,13)^2 + (0,02)^2 + (0,12)^2}{3}} = \sqrt{\frac{0,0317}{3}}$$

$$DP = \sqrt{0,0105} = 0,1027$$

7. Atividades Propostas

1- Quais valores são, respectivamente, a moda, média e mediana dos números da lista a seguir?

133, 425, 244, 385, 236, 236, 328, 1000, 299, 325

- a) 133
- b) 236
- c) 244
- d) 328
- e) 386

2- (Enem) Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é:

- a) 20,70
- b) 20,77
- c) 20,80
- d) 20,85
- e) 20,90

3- (ENEM) O procedimento de perda rápida de "peso" é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três "pesagens" antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá

ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos "pesos". As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem (kg)	2ª pesagem (kg)	3ª pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três "pesagens", os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta.

A primeira luta foi entre os atletas:

- a) I e III
- b) I e IV
- c) II e III
- d) II e IV
- e) III e IV

4- Em uma urna existem bolas numeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola com número par ou primo?

- a) 10%
- b) 15%
- c) 56%
- d) 70%
- e) 80%

8. Resumo

Nestas orientações de Estudos você teve a oportunidade de aprofundar um pouco mais seus conhecimentos sobre probabilidade estudando a probabilidade da união de dois eventos e a probabilidade condicional. E concluímos essa etapa de estudos conceituando estatística, seus elementos, calculando as medidas de posição (média, moda e mediana) e o desvio padrão.

9. Referências Audiovisuais

Propriedades de Probabilidades encurtador.com.br/rvBX6

Probabilidade da União e Probabilidade Condicional: encurtador.com.br/orK24

Conceitos Básicos de Estatística e Frequências: encurtador.com.br/djkyP

Representação Gráfica: encurtador.com.br/bijuS

Medidas de Posição: encurtador.com.br/vJOY8

10. Referências Bibliográficas

BARROSO, J.M.. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Editora Moderna, 2010.

DINIZ, M.I.; SMOLE, K.S. **Matemática Ensino Médio**. São Paulo Editora Saraiva, 2010.

IEZZI, G.. **Matemática: Ciência e Aplicação**. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.

MORGADO, A.C. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM – Coleção do Professor de Matemática, 1981.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO. **Autorreguladas**., 2013

SOUZA, J. R. **Matemática**. São Paulo: Editora FTD, 2010.