ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS DE

MATEMÁTICA

4

3ª SÉRIE

Ensino Médio

Secretaria de Educação
GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO

Secretaria de Educação

GOVERNO DO ESTADO RIO DE JANEIRO

Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação

Comte Bittencourt
Secretário de Estado de Educação

Andrea Marinho de Souza Franco
Subsecretária de Gestão de Ensino

Elizângela Lima
Superintendente Pedagógica

Maria Claudia Chantre
Coordenadoria de Áreas de conhecimento

Assistentes
Carla Lopes
Cátia Batista
Fabiano Farias de Souza
Roberto Farias
Verônica Nunes

Texto e conteúdo

Prof.Evaldo de Lima
C.E. Pastor Miranda Pinto
Prof.ª Fátima Cristina R. dos S. Magalhães
C.E. João Proença
Prof. Herivelto Nunes Paiva
C.E. Pandiá Calógeras
Prof. Jonas da Conceição Ricardo
CIEP 394 Cândido Augusto Ribeiro Neto
Prof. Lucas José Ribeiro
C.E. Professor José Accioli
Prof. Luciano Silva Terencio de Jesus
CEJA Petrópolis
Prof.ª Mônica de Siqueira da Cunha
C.E. Pastor Miranda Pinto

Capa
Luciano Cunha

Revisão de texto

Prof ª Andreia Cristina Jacurú Belletti
Prof ª Andreza Amorim de Oliveira Pacheco.
Prof ª Cristiane Ramos da Costa
Prof ª Deolinda da Paz Gadelha
Prof ª Elizabete Costa Malheiros
Prof ª Karla Menezes Lopes Niels
Prof ª Kassia Fernandes da Cunha
Prof Marcos Giacometti
Prof Mário Matias de Andrade Júnior
Prof Paulo Roberto Ferrari Freitas
Prof ª Regina Alves Simões
Prof Sammy Cardozo Dias
Prof Thiago Serpa Gomes da Rocha

Este documento é uma curadoria de materiais que estão disponíveis na internet, somados à experiência autoral dos professores, sob a intenção de sistematizar conteúdos na forma de uma orientação de estudos

Secretaria de Educação

GOVERNO DO ESTADO RIO DE JANEIRO

Matemática – Orientações de Estudos

SUMÁRIO

Secretaria de
Educação

GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO

ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS para Matemática

4º Bimestre de 2020 - 3ª série do Ensino Médio

META:

Compreender os Conceitos e Operações com Polinômios, assim como compreender as relações entre retas, por meio de seus coeficientes e estudar a Equação da Circunferência (Geral e Reduzida).

OBJETIVOS:

Ao final destas Orientações de Estudos, você deverá ser capaz de:

1. Saber Operar entre Polinômios.
2. Conhecer mais de uma forma de efetuar a divisão de um Polinômio.
3. Compreender o Teorema Fundamental da Aritmética
4. Saber Identificar as posições relativas entre retas por meio de seus coeficientes
5. Saber calcular a equação da circunferência

INTRODUÇÃO.

Considere as seguintes situações:

I - “Em um retângulo, uma dimensão excede a outra em 2 cm. Determine o polinômio que determina a área desse retângulo”.

Adotemos que o menor lado seja representado por a , logo o outro lado deverá ser $a + 2$, sendo assim temos:

$$a \cdot (a + 2) = a^2 + 2a$$

“A medida da aresta de um cubo é a, seu volume é representado por : a^3, ao aumentarmos em 2 unidades a sua aresta, qual será o seu novo volume ?”

$$(a + 2)^3 = a^3 + 6a^2 + 6x + 8$$

As expressões que foram destacadas anteriormente são exemplos de expressões algébricas ou polinomiais, que é o assunto que trataremos a seguir.

2- Aula 1- Identificação, Valor Numérico e operações de um Polinômio

Poli = vários = muitos, podemos definir o polinômio como a junção de vários monômios, seja ele representado como soma ou subtração de monômios.

Representamos um polinômio genérico da seguinte forma:

$$p(x) = a_n x^n \pm a_{n-1} x^{n-1} \pm a_{n-2} x^{n-2} \pm \cdots \pm a_2 x^2 \pm a_1 x^1 \pm a_0$$

Os termos : $a_n, a_{n-1,} a_{n-2,} a_{2,} a_1$ são chamados de coeficientes de $p(x)$; já o a_0 de termo independente, todos os coeficientes $\in \mathbb{C}$ e $n \in \mathbb{N}$; o coeficiente a_n também é chamado de ***coeficiente dominante***, pois acompanha o monômio de maior grau.

Exemplos de Polinômios:

$r(x) = -x^3 \pm 2x^2 \pm 7x \Longrightarrow$ Polinômio de grau 3

$s(x) = x^4 \pm 12x^3 \pm 3x^2 \pm 1 \Longrightarrow$ Polinômio de grau 4

$t(x) = (1 - i)x^3 \pm 2x - i \Longrightarrow$ Polinômio de grau 3

Igualdade de Polinômios

Dados dois polinômios: $p(x)$ e $q(x)$, esses dois serão ditos iguais, se, e somente se, se seus termos correspondentes possuírem os mesmos coeficientes e o mesmo grau

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$$

$$q(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \cdots + b_2x^2 + b_1x^1 + b_0$$

$$p(x) = q(x) \leftrightarrow a_n = b_n; a_{n-1} = b_{n-1}; a_2 = b_2; a_1 = b_1; a_0 = b_0$$

Atividades Resolvidas

1- Sejam os polinômios $p(x) = 4x^3 - 8x^2 + x$ e $q(x) = ax^3 - bx^2 + cx$

Para que $p(x) = q(x) \leftrightarrow \begin{cases} 4 = a \\ 8 = b \\ 1 = c \end{cases}$

2- Sejam os polinômios $p(x) = 4x^2 - 3x + 1$ e $q(x) = (a + 6)x^2 - bx^2 + c$

Para que $p(x) = q(x) \leftrightarrow \begin{cases} 4 = a + 6 \Longrightarrow a = -2 \\ \quad 3 = b \\ \quad 1 = c \end{cases}$

Valor Numérico de um Polinômio.

Dado um polinômio $p(x)$ o valor numérico para esse polinômio, será o valor resultante da substituição do valor atribuído à variável x após os devidos cálculos indicados nesse polinômio.

Atividades Resolvidas

1- Determine o valor numérico do polinômio $p(x) = x^2 - 4x + 1$, para $x = 1$

Solução:

$$p(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 1$$

$$p(1) = 1 - 4 + 1$$

$$p(1) = -2$$

2- O valor numérico do polinômio $p(x) = \frac{3x^2}{3} - 4x + 2$, para $x = 0$

Solução:

$$p(0) = \frac{3 \cdot 0^2}{3} - 4 \cdot 0 + 2$$

$$p(0) = 0 - 0 + 2$$

$$p(0) = 2$$

Observação : Ao efetuarmos o cálculo do valor numérico de um polinômio qualquer P(x), para determinado valor x, se $x = 0$ então P(0) será o valor numérico representado pelo termo independente

Adição e Subtração de Polinômios.

Dados dois polinômios genéricos $p(x) = a_n x^n \pm a_{n-1} x^{n-1} \pm \cdots \pm a_2 x^2 \pm a_1 x^1 \pm a_0$ e $q(x) = b_n x^n \pm b_{n-1} x^{n-1} \pm \cdots \pm b_2 x^2 \pm b_1 x^1 \pm b_0$, tanto na adição quando na subtração só podemos efetuar as referidas operações, operando com os termos semelhantes

$$p(x) \pm q(x) =$$

$$(a_n \pm b_n)x^n + (a_{n-1} \pm b_{n-1})x^{n-1} \pm (a_2 \pm b_2)x^2 \pm (a_1 \pm b_1)\, x^1 \pm (a_0 \pm b_0)$$

Caso um polinômio tenha uma variável com um determinado grau e o outro polinômio, no qual venhamos operar, não possua a variável nesse mesmo grau, não faremos nada só repetiremos a variável existente.

Atividades Resolvidas

1- Seja o polinômio $f(x) = -4x^3 + x^2 - 2x + 1$ e $g(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x$, calcular:

a) $f(x) + g(x)$

Solução:

$$f(x) + g(x) \Longrightarrow [(-4) + (-1)]x^3 + (1 + 4)x^2 + (-2 - 2)x + 1 + 0$$
$$f(x) + g(x) = -5x^3 + 5x^2 - 4x + 1$$

b) $g(x) - f(x)$

Solução:

$$g(x) - f(x) \Longrightarrow [(-1) — 4)x^3 + (4 - 1)x^2 + [(-2) - (1)]x + 0 - 1$$
$$g(x) - f(x) = 3x^3 + 3x^2 - 3x - 1$$

Multiplicação de Polinômios.

Dados dois polinômios genéricos $r(x) = a_n x^n + b_n x^{n-1} + a_0$ e $s(x) = c_n x^n + d_n x^{n-1} + e_0$ o produto de $r(x) \cdot s(x)$ será :

$$(a_n x^n + b_n x^{n-1} + a_0) \cdot (c_n x^n) + (a_n x^n + b_n x^{n-1} + a_0) \cdot (d_n x^{n-1}) + (a_n x^n + b_n x^{n-1} + a_0) \cdot (e_0)$$

Resumidamente, na multiplicação de polinômios, temos que multiplicar cada monômio de um dos polinômios por todos os monômios do outro polinômio.

Atividades Resolvidas

1- Resolver a multiplicação entre os polinômios $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x$ e $h(x) = x^2 - x$

Solução: Temos a seguinte situação:

$$(-x^3 + 4x^2 - 2x) \cdot (x^2 - x)$$

Multiplicando cada termo do polinômio pelo binômio temos:

$$(-x^3) \cdot x^2 + 4x^2 \cdot x^2 - 2x \cdot x^2 + (-x^3) \cdot (-x) + 4x^2 \cdot (-x) - 2x \cdot (-x)$$
$$(-x^5) + 4x^4 - 2x^3 + (+x^4) - 4x^3 + 2x^2$$
$$\boldsymbol{f(x) \cdot g(x) = -x^5 + 5x^4 - 6x^3 + 2x^2}$$

Divisão de Polinômios por um Monômio

Dados dois polinômios $p(x)$ e $d(x)$, ao dividirmos $p(x)$ por $d(x) \neq 0$, sendo $d(x)$ um monômio, devemos dividir cada parcela do polinômio pelo monômio.

Atividades Resolvidas

1- Resolver a divisão entre os polinômios $f(x) = -x^3 + 4x^2$ e $h(x) = x^2$

Solução: Temos a seguinte situação

$$\frac{f(x)}{h(x)} = \frac{-x^3 + 4x^2}{x^2}$$

$$\frac{f(x)}{h(x)} = \frac{-x^3 + 4x^2}{x^2} = -x + 4$$

3- Aula 2 – Teorema do Resto e Dispositivo de Briot Ruffini na Divisão de Polinômio

Dado um polinômio $p(x)$ ao dividirmos por $x - a$, o resto da divisão será um valor numérico igual a $p(a)$.

Atividades Resolvidas.

1- Qual é o resto da divisão de $f(x) = x^2 + x + 1$ por $x + 2$?

Solução:

$$f(x) = x^2 + x + 1$$
$$f(-2) = (-2)^2 + (-2) + 1$$
$$f(-2) = 4 - 2 + 1$$
$$f(-2) = 3$$

2- Qual é o resto da divisão de $3x^4 - x^3 - 4x^2 + x + 2$ por $x - 1$

Solução:

Utilizando o teorema do resto temos:

$$f(1) = 3 \cdot 1^4 - 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 1 + 2$$

$$f(1) = 3 - 1 - 4 + 3$$

$$f(1) = 1$$

Reparem que tanto no exercício 1 quanto no 2 os valores utilizados tiveram o sinal trocado do valor apresentado, isso acontece pelo fato do teorema do resto enunciar a divisão por $x - a$, ou seja quando temos $x + 2$, o valor de *a* é igual a -2; assim como como o termo $x - 1$, o valor de *a* é igual a 1.

Algoritmo de Briot- Ruffini

Um outro método existente de divisão de polinômios chama-se **algoritmo de Briot- Ruffini,** ele nos permite efetuar com rapidez a divisão de um polinômio $p(x)$ por um outro polinômio do tipo $x - a$.

Atividades Resolvidas

1- Efetuar a divisão $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 1$ por $h(x) = x - 1$

Solução:

Em primeiro lugar, precisamos encontrar a raiz do divisor $h(x)$ e colocarmos ao lado dos coeficientes, de maneira ordenada, de $f(x)$ seguindo a potência decrescente de x.

Calculando a raiz de $h(x)$, temos: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

1	1	-4	5	1

O número 1 isolado representa a raiz do polinômio, os outros quatros números são os coeficientes do polinômio $f(x)$, para resolvermos vamos descer o primeiro coeficiente, multiplicá-lo pela raiz de $h(x)$ e somar ao próximo coeficiente (-4), o resultado obtido colocamos embaixo do -4 e assim sucessivamente.

1	1	-4	5	1
	1	-3		

Agora multiplicando o -3 pela raiz e somando com o -5 temos:

1	1	-4	5	1
	1	-3	2	

Multiplicando o 2 pela raiz e somando a 1 temos:

1	1	-4	5	1
	1	-3	2	3

Os valores encontrados (1; -3; 2) são coeficiente do novo polinômio, e o 3 é o resto da divisão, sendo assim temos como quociente : $x^2 - 3x + 2$ e resto = 3

2- Obtenha o quociente *q* e o resto *r* da divisão de $f = x^3 - 2x + 1$ por $x + 4$

Solução:

Devemos observar que o monômio de grau 2 está suprimido, ou seja, o coeficiente dele é zero. Sendo possível reescrever da seguinte forma $f = x^3 + 0 \cdot x^2 - 2x + 1$.
Colocando a raiz e os coeficientes de f de maneira ordenada temos:

-4	1	0	-2	1
	1			

Depois de termos descido o primeiro coeficiente de f devemos multiplicá-lo pela raiz e somá-lo com o próximo coeficiente, o zero.

-4	1	0	-2	1
	1	-4		

Fazendo o mesmo processo com o -2 temos :

-4	1	0	-2	1
	1	-4	14	

Fazendo o mesmo processo com o 14 temos:

-4	1	0	-2	1
	1	-4	14	-55

Temos como quociente $q(x) = x^2 - 4x + 14$ e $r(x) = -55$

Observação: Como a divisão inicial era de um polinômio do 3º grau por um do 1º grau, o quociente tem que ser um polinômio do 2º grau, sobre o resto r(x) podemos comparar o resultado utilizando o teorema do resto.

4- Aula 3- Teorema Fundamental da Álgebra, da Decomposição e Relação de Girard

Na álgebra e na aritmética existem três teoremas que são os responsáveis pela sustentação de todos os cálculos matemáticos, são eles: Teorema Fundamental da

Aritmética, Teorema Fundamental da Álgebra e Teorema fundamental do Cálculo. Para o prosseguimento do nosso estudo, iremos abordar o Teorema Fundamental da Álgebra.

Carl Gauss foi o matemático que enunciou o teorema fundamental da álgebra, ele constitui um dos elementos centrais para o estudo de equações algébricas e diz:

Todo polinômio de grau $n \geq 1$, admite ao menos uma raiz complexa

Teorema da Decomposição

Seja um polinômio : $p(x)$ onde seu grau *n* seja $n \geq 1$ e esse polinômio seja expresso por: : $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_1 x^1 + a_0$ com $a_n \neq 0$.Com isso, podemos decompor o polinômio $p(x)$ em n fatores do 1º grau na forma:

$$p(x) = a_n(\mathrm{x} - r_1) \cdot (\mathrm{x} - r_2) \cdot (\mathrm{x} - r_3) \cdot \ldots \cdot (\mathrm{x} - r_n)$$

Onde, $r_1, \; r_{2,} r_{3\,,} r_n$ são raízes de $p(x)$ e a_n coeficiente dominante de $p(x)$

Observações:

- Cada um dos polinômios$(\mathrm{x} - r_1)$, $(\mathrm{x} - r_2), (\mathrm{x} - r_3), (\mathrm{x} - r_n)$ é um fator de $p(x)$
- $p(x)$é divisível por cada um dos seus fatores e também pelos seus produtos

Atividades Resolvidas

1- Resolva em $\mathbb{C}$, a equação $x^3 - 3x^2 - 46x + 48 = 0$ sabendo que 1 é uma das raízes.

Solução:

Se 1 é uma das raízes, então a equação é divisível por (x – 1), vamos utilizar o dispositivo prático de *Briot-Ruffini* (ver aula 2), para reduzirmos para uma equação do 2º grau , sendo mais fácil determinar as outras raízes .

1	1	-3	- 46	48
	1	-2	-48	0

Assim sendo, a nossa nova equação será: $x^2 - 2x - 48 = 0$, utilizando a forma de Bháskara para resolução temos:

$$\mathrm{x} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{196}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 14}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{2 - 14}{2} = -6$$

$$S = \{-6; 1; 8\}$$

2- O Polinômio $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, tem coeficiente dominante unitário e suas raízes são : 3, -2 e -1. Qual é o valor de $a + b + c + d$?

Solução:

Como o coeficiente dominante foi fornecido, podemos usar o teorema da decomposição para escrevermos a função, então temos **:**

$$p(x) = a_n(\, x - \, r_1) \cdot (\, x - \, r_2) \cdot (\, x - \, r_3)$$

$$p(x) = 1(\, x - \, 3) \cdot (\, x + 2) \cdot (\, x + 1)$$

Efetuando as multiplicações temos:

$$p(x) = (x^2 - x - 6) \cdot (\ x + 1)$$

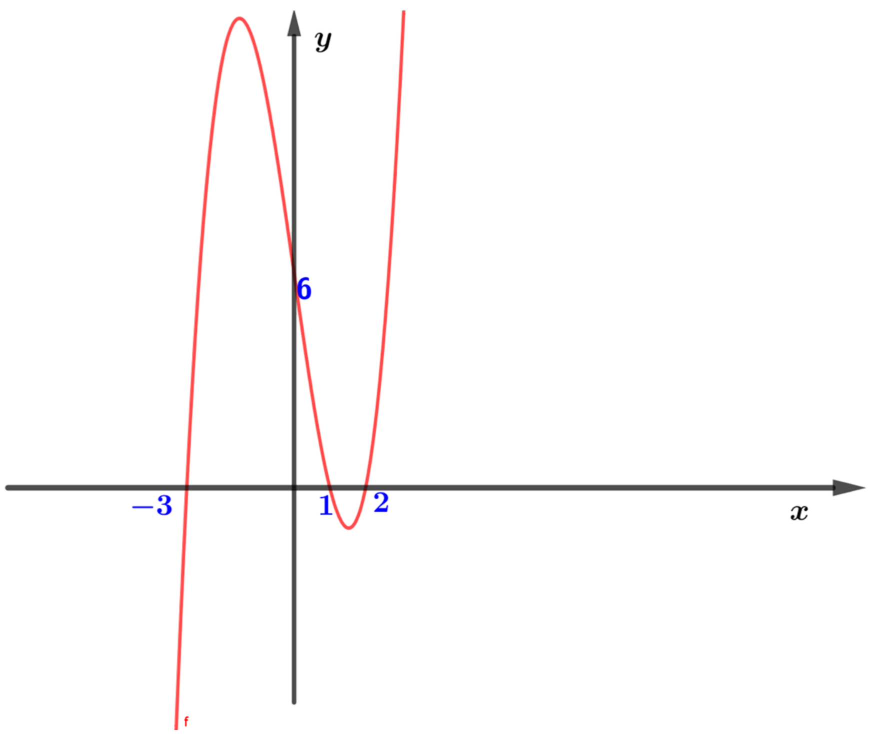
$$p(x) = x^3 - x^2 - x^2 - x - 6x - 6$$

$$p(x) = x^3 - 2x^2 - 7x - 6$$

Como o enunciado pede a soma dos coeficientes temos:

$$1 - 2 - 7 - 6 = \ 14$$

3- O gráfico abaixo representa uma função polinomial g(x) definida em $\mathbb{R}$ por $g(x) = ax^3 + bx + c = 0$, com *a, b* e *c* coeficiente reais.



Obtenha os valores de a, b e c

Solução:

Repare que o gráfico toca no eixo x três vezes, o que nos indica as três raízes reais. portando temos as seguintes situações:

$$\begin{cases} a(-3)^3 + b(-3) + c = 0 \\ a(1)^3 + b(1) + c = 0 \\ a(2)^3 + b(2) + c = 0 \\ a(0)^3 + b(0) + c = 6 \Rightarrow c = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27a - 3b + 6 = 0 \\ a + b + 6 = 0 \\ 8a + 2b + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -6 \ \cdot (-2) \\ 8a + 2b = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = -6 \\ 6a = 6 \end{cases} \Rightarrow 6a = 6 \ \Rightarrow a = 1$$

$$1 + b = -6 \ \Rightarrow b = -6 - 1 \Rightarrow b = -7$$

$$a = 1, b = -7, c = 6$$

Relações de Girard

As relações de Girard relacionam os coeficientes e as raízes de uma equação polinomial. Essas relações constituem importantes ferramentas no estudo de raízes de um polinômio de grau $n \geq 2$ quando conhecemos algumas informações sobre elas.

Relações de Girard – Equação do 2º Grau.

Seja a equação$ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ onde r_1 e r_2 sejam raízes dessa equação. Então, podemos escrever duas situações: a soma das raízes e o produto das raízes da seguinte forma:

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = -\dfrac{b}{a} & (\, I \,) \\ r_1 r_2 = \dfrac{c}{a} & (\, II \,) \end{cases}$$

I – Soma das Raizes

II - Produto das Raízes

Relação de Girard- Equação do 3º Grau

Em uma equação do 3º grau, também podemos fazer uso da relação de Girard para determinados as suas raízes, sendo utilizado o mesmo princípio que foi utilizado na equação do 2º Grau, com pequenas modificações, ficando da seguinte forma :

$$\begin{cases} r_1 + r_2 + r_3 = -\dfrac{b}{a} \ (\ I\ ) \\ r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3 = \dfrac{c}{a} \ (\ II\ ) \\ r_1 r_2 r_3 = -\dfrac{d}{a} \ (III) \end{cases}$$

.

I – Soma das raízes

II – Produto entre as raízes duas a duas

III - Produto entre as três raízes

Atividades Resolvidas

1- Determine a soma e o produto das raízes da equação $x^3 - 8x^2 + 19x - 12 = 0$.

Solução:

Utilizando a relação de Girard temos:

$$\begin{cases} r_1 + r_2 + r_3 = -\dfrac{b}{a} \\ r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3 = \dfrac{c}{a} \\ r_1 r_2 r_3 = -\dfrac{d}{a} \end{cases}$$

Substituindo os valores temos :

$$\begin{cases} r_1 + r_2 + r_3 = -\dfrac{(-8)}{1} = 8 \\ r_1r_2 + r_2r_3 + r_1r_3 = \dfrac{19}{1} = 19 \\ r_1r_2r_3 = -\dfrac{12}{1} = 12 \end{cases}$$

2- Determine a soma e o produto das raízes da equação $-8x^2 + 4x - 6 = 0$.

Solução:

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = -\dfrac{b}{a} \\ r_1r_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_1 + r_2 = -\dfrac{4}{(-8)} = \dfrac{1}{2} \\ r_1r_2 = \dfrac{-6}{(-8)} = \dfrac{3}{4} \end{cases}$$

Neste qrcode, vocês com o telefone celular podem entender e compreender um pouco mais que a matemática vai além dos cálculos, sendo-lhes apresentado aos estudantes a relação entre polinômios e a arte.

5- Aula- 4: Retas Paralelas e Retas Concorrentes, relação entre seus coeficientes

Para começarmos esta aula, devemos primeiro analisar a figura a seguir que nos traz a representação gráfica de duas situações entre retas.

Figura 1

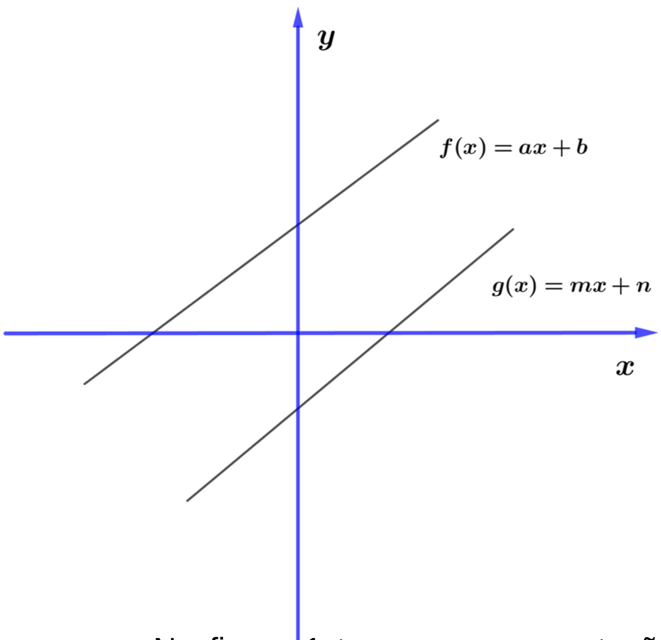
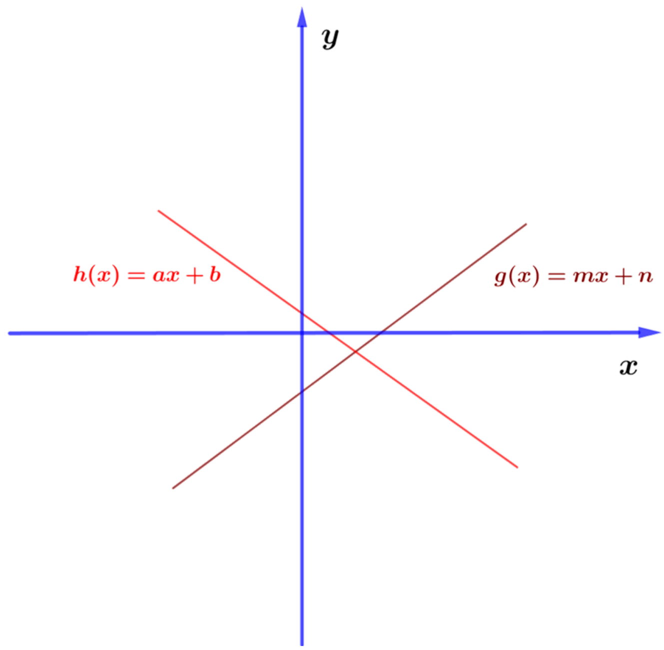


Figura 2



Na figura 1 temos a representação de duas retas paralelas (não há ponto de encontro entre as retas) , já na figura 2 temos a representação de duas retas concorrentes (há um ponto de encontro), mas como saber sem a utilização de gráficos se as retas são paralelas ou concorrentes ?

Podemos responder essa pergunta de maneira simples, somente sabendo os coeficientes da reta, uma equação reduzida da reta é do tipo $f(x) = ax + b$, sendo a e b, respectivamente, os coeficientes angulares e perpendiculares, sendo assim teremos:

- ✓ ***Retas Paralelas :*** Duas Retas são ditas paralelas se possuírem o mesmo coeficiente angular e coeficiente linear diferente

$$f(x) = ax + b \text{ e } g(x) = mx + n$$

$$a = m; \; b \neq n$$

- ✓ ***Retas Concorrentes***: Duas Retas são ditas concorrentes quando nenhum dos seus coeficientes são iguais.

$$h(x) = ax + b \ e \ g(x) = mx + n$$

$$a \neq m; \ b \neq n$$

Atividades Resolvidas

1 - Sejam as retas $r: y = 4x + 3$ e $s: y = (a - 1)\, x + 4$, determine o valor de a para que as retas sejam paralelas.

Solução:

Para que sejam paralelas se faz necessário que os coeficientes angulares sejam iguais e os lineares diferentes sendo assim temos:

$$4 = a - 1$$

$$4 + 1 = a$$

$$5 = a$$

2- Sabendo que as retas $r: y = 3x - 1$ e $s: y = (a - 1)\, x + 4$ são concorrentes, qual o valor que a não pode assumir ?

Solução:

Para que seja concorrente, todos os coeficientes têm que ser diferentes, os coeficientes lineares já são, bastando apenas identificamos o único valor que *a* não pode assumir .

$$3 \neq a - 1$$

$$3 + 1 \neq a$$

$$4 \neq a$$

Com isso identificamos que o a não pode assumir o valor de 4, caso aconteça a reta não será concorrente.

6- Aula- 5: Equação da Circunferência

Da mesma forma que se pode escrever a equação de uma reta que contêm 2 ou mais pontos, podemos escrever a equação de uma circunferência se soubermos o seu centro e um ponto qualquer que faça parte dessa circunferência, ou seja, um ponto genérico.

Observem as figuras 3 e 4.

Figura 3

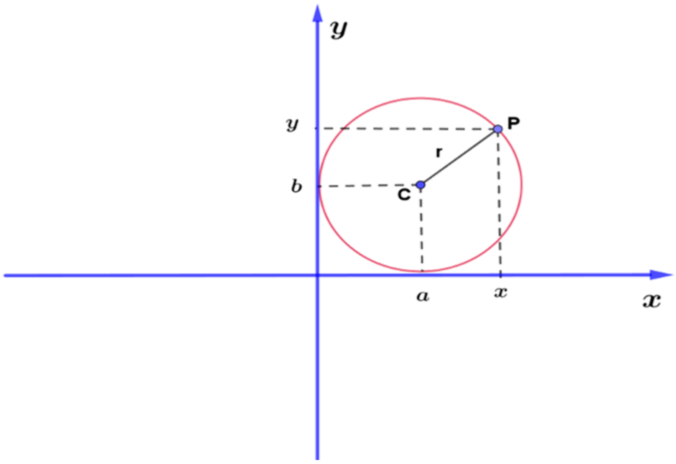
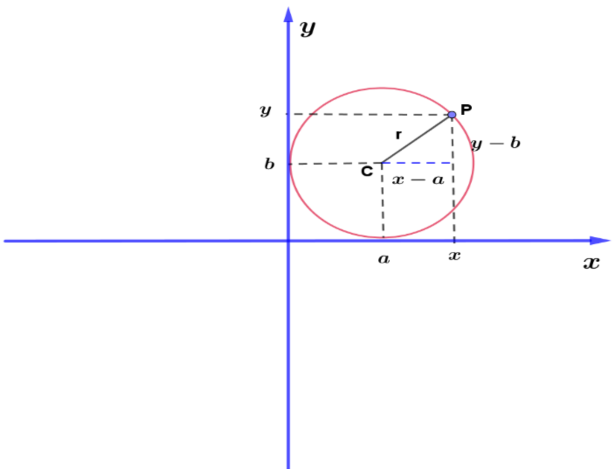


Figura 4



Sendo *r* a hipotenusa do triângulo retângulo formado temos:

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$

ou

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Que conhecemos como ***Equação Reduzida da Circunferência*** , onde **:**

r = raio da circunferência

a e b = são coordenadas do centro da circunferência

x e y = são coordenadas do ponto P qualquer pertencente à circunferência.

Neste qrcode, vocês com o telefone celular, podem fazer a manipulação do raio de uma circunferência e ver como ela se comporta.

Atividades Resolvidas

1- Obtenha a equação reduzida da circunferência de centro C e raio r, nos seguintes casos :

a) C(1, 1) e r = 2

b) C (0,1) e r = 3

Solução letra a .

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

$$(x-1)^2+(y-1)^2=2^2$$

$$(x-1)^2+(y-1)^2=4$$

Solução letra b

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

$$(x-0)^2+(y-1)^2=3^2$$

$$(x)^2+(y-1)^2=9$$

Agora se desenvolvermos a equação reduzida da circunferência temos **:**

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

$$x^2-2\mathrm{ax}+\mathrm{a}^2+\mathrm{y}^2-2\mathrm{yb}+\mathrm{b}^2-\mathrm{r}^2=0$$

$$x^2 + y^2 + a^2 + b^2 \; - 2ax \;\; - 2yb - \; r^2 \; = \; 0$$

Que é a representação da ***Equação Geral da Circunferência***.

7- Atividades Propostas:

1 - Os valores de ***a***, ***b*** *e* ***c*** para que os polinômios $f(x) = (a-1)x^3 + 2bx + c - 2$ e $\mathrm{g}(x) = x^3 + (2+b)x + 5$ sejam idênticos. São respectivamente

a) $a = 2; b = 2; c = 7$

b) $a = -2; b = -2; c = 7$

c) $a = 2; b = 2; c = -7$

d) $a = 2; b = -2; c = 7$

e) $a = -2; b = 2; c = 7$

2- Qual é o resto da divisão de $f(x) = x^2 + x - 2$ por $x - 1$?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

3- Na divisão de um polinômio do 3º grau P(x) pelo binômio (x – ***A***), ao usar o dispositivo prático de Briot-Ruffini, encontrou-se:

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 4 & \boldsymbol{D} & 1 & -2 \\ \hline & \boldsymbol{V} & 1 & 2 & \boldsymbol{I} \end{array}$$

As letras ***A, V, D*** e ***I.*** representam respectivamente os números:

a) A=1; V= 4; D= 1 e I= 0

b) A=1; V= 4; D= -3 e I= 0

c) A=-1; V= 4 D= -3; e I= 0

d) A=1; V= -4; D= -3; e I= 0

e) A=-1; V= -4; D= -3 e I= 0

4- Sejam as retas $f(x) = (2 - a)x - 2e\ g(x) = 4x + 2$ qual deve ser o valor de ***a*** para que as retas sejam paralelas ?

a) -1

b) -2

c) 1

d) 2

e) 3

5- Uma circunferência tem centro (2,2) e raio 3, qual é a representação da sua equação reduzida ?

a) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$

b) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$

c) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$

d) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$

e) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 3$

8- Resumo:

Nestas orientações de estudos, vimos a abordagem dos polinômios, suas operações onde destacamos a divisão de polinômio e o dispositivo o dispositivo de Briot Riffini, um método muito eficaz de divisão de polinômio e a Relação de Girard

Apresentamos também um teorema que irá ajudar muito nos estudos de polinômios o Teorema do Resto, onde ele é enunciado da seguinte forma:

Teorema do Resto: “ O resto da divisão de um polinômio p(x) por um polinômio (x – a) é

No final apresentamos as características de duas retas sendo observada quanto aos seus coeficientes assim como apresentamos a equação reduzida e geral da circunferência.

Considerações Finais.

Estas Orientações de Estudos não esgotam a abordagem do conteúdo, por isso sinalizamos a seguir materiais que podem auxiliá-los a compreender melhor cada item abordado. Acreditamos que com as videoaulas e os podcasts, o que estudamos ficará mais nítido para todos.

Esperamos que tenham tido uma leitura prazerosa dos conteúdos abordados

9- Referências Audiovisual

Vídeo Equação da Circunferência: https://pt.khanacademy.org/math/algebra2/intro-to-conics-alg2/expanded-equation-circle-alg2/a/circle-equation-review

Vídeo Briot Ruffini: https://pt.khanacademy.org/math/algebra2/arithmetic-with-polynomials/synthetic-division-of-polynomials/v/synthetic-division

Geogebra Briot- Ruffini. https://www.geogebra.org/m/KxrCsJjS

10- Referências Bibliográficas

ELON, L.L; et al.: A Matemática do Ensino Médio, V. 03- Rio de Janeiro: SBM 1998

IEZZI, G: Fundamentos da Matemática Elementar. V 07: Geometria Analítica. Complexos, Polinômios e Equação. 8. Ed. São Paulo: Atual 2013

IEZZI, G, et al : Matemática: Ciências e Aplicações, 3: ensino médio - 6 ed- São Paulo: Saraiva- 2010