ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS DE

MATEMÁTICA

3

1ª SÉRIE

Ensino Médio

Secretaria de Educação

GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO

Secretaria de
Educação

GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO

Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação

Comte Bittencourt
Secretário de Estado de Educação

Andrea Marinho de Souza Franco
Subsecretária de Gestão de Ensino

Elizângela Lima
Superintendente Pedagógica

Maria Claudia Chantre
Coordenadoria de Áreas de conhecimento

Assistentes
Carla Lopes
Cátia Batista
Roberto Farias

Texto e conteúdo
Prof. Evaldo de Lima
C.E. Pastor Miranda Pinto
Prof.ª Fátima Cristina R. dos S. Magalhães
C.E. João Proença
Prof. Herivelto Nunes Paiva
C.E. Pandiá Calógeras
Prof. Jonas da Conceição Ricardo
CIEP 394 Cândido Augusto Ribeiro Neto
Prof. Lucas José Ribeiro
C.E. Professor José Accioli
Prof. Luciano Silva Terencio de Jesus
CEJA Petrópolis
Prof.ª Mônica de Siqueira da Cunha
C.E. Pastor Miranda Pinto

Capa

Luciano Cunha

Revisão de texto

Prof ª Alexandra de Sant Anna Amancio Pereira

Prof ª Andreia Cristina Jacurú Belletti

Prof ª Andreza Amorim de Oliveira Pacheco.

Prof ª Cristiane Ramos da Costa

Prof ª Deolinda da Paz Gadelha

Prof ª Elizabete Costa Malheiros

Prof ª Ester Nunes da Silva Dutra

Prof ª Isabel Cristina Alves de Castro Guidão

Prof José Luiz Barbosa

Prof ª Karla Menezes Lopes Niels

Prof ª Kassia Fernandes da Cunha

Prof ª Leila Regina Medeiros Bartolini Silva

Prof ª Lidice Magna Itapeassú Borges

Prof ª Luize de Menezes Fernandes

Prof Mário Matias de Andrade Júnior

Prof Paulo Roberto Ferrari Freitas

Prof ª Rosani Santos Rosa

Prof ª Saionara Teles De Menezes Alves

Prof Sammy Cardoso Dias

Prof Thiago Serpa Gomes da Rocha

Esse documento é uma curadoria de materiais que estão disponíveis na internet, somados à experiência autoral dos professores, sob a intenção de sistematizar conteúdos na forma de uma orientação de estudos.

Matemática – Orientações de Estudos

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	**6**
2	**Aula 1** - Fenômenos que se repetem de forma periódica	**6**
3	**Aula 2** - Função polinomial do 2º grau	**8**
4	**Aula 3** - Cálculo de máximos e mínimos	**11**
5	**Aula 4** - Problemas com máximos e mínimos	**14**
6	**Aula 5** - Radiano como unidade de medida de arcos	**15**
7	Atividades Propostas	**18**
8	Resumo	**20**
9	Referências Audiovisuais	**20**
10	Referências Bibliográficas	**20**

GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO
Secretaria de Educação

ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS para Matemática

3º Bimestre de 2020 – 1º ano do Ensino Médio Regular

META:

Apresentar os conceitos básicos relacionados aos períodos trigonométricos, compreender a função polinomial do 2º grau e sua aplicação em problemas significativos, identificar a unidade de medida de arcos e suas transformações entre radianos e graus.

OBJETIVOS:

Ao final destas Orientações de Estudos, você deverá ser capaz de fazer:

1. Resolver e elaborar problemas significativos básicos de trigonometria;
2. Reconhecer e resolver problemas significativos relacionados a função polinomial do 2º grau;
3. Identificar as unidades de medidas de arcos e suas transformações.

INTRODUÇÃO

Os conceitos abordados são de grande importância no aprendizado da matemática por serem pertinentes, muito das vezes, ao nosso cotidiano, pois a trigonometria é usada, por exemplo, na engenharia civil, a função polinomial do 2º grau gera soluções em situações de problemas em empresas, na área da engenharia química, dentre outras situações. Para completar o estudo neste caderno de estudo, veremos as transformações das unidades de medidas de arcos, também usado na trigonometria e suas aplicações diversas.

A proposta do nosso trabalho é criar um despertar do que já se tem de forma intuitiva do aluno aos conhecimentos, o tornando autônomo nas reflexões, capaz de questionamentos fundamentados, sendo assim, desenvolver a disciplina ao seu sucesso profissional e/ou pessoal.

Bons estudos!

2 - Aula 1: Fenômenos que se repetem de forma periódica.

Vamos inicialmente, entender o que é repetição de forma periódica.

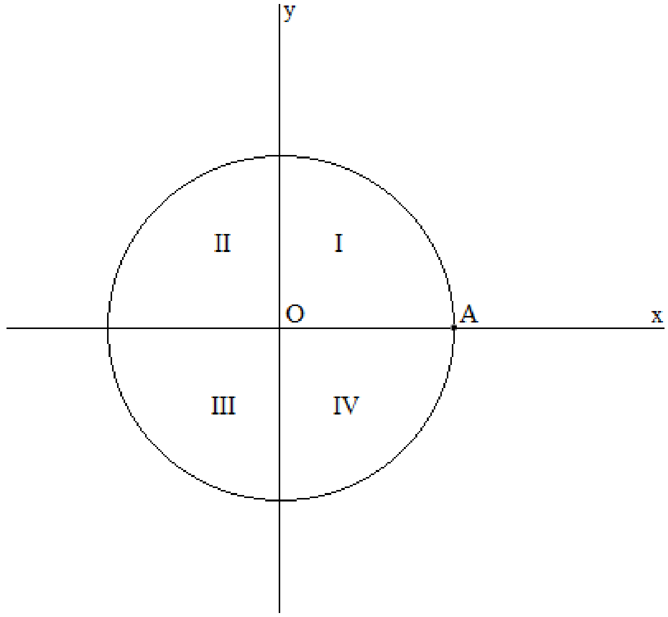
São situações que se repetem, seguindo um mesmo período de tempo entre o intervalo de ocorrências.

Alguns exemplos são vivenciados em nosso dia a dia, como por exemplo: o nascer e o por do sol, as estações do ano, as fases da lua, tudo de uma forma cíclica. Tais exemplos são chamados fenômenos periódicos.

Na matemática, veremos a repetição periódica no estudo da trigonometria, onde usaremos sobre o plano cartesiano uma circunferência de raio unitário, centro e origem, também chamada círculo trigonométrico.

O círculo trigonométrico é dividido por dois eixos cartesianos, x e y, o dividindo em quatro quadrantes e sua leitura é no sentido anti-horário, onde uma volta tem 360º, que volta ao ponto de partida, repetindo voltas quantas vezes quisermos ou necessário.

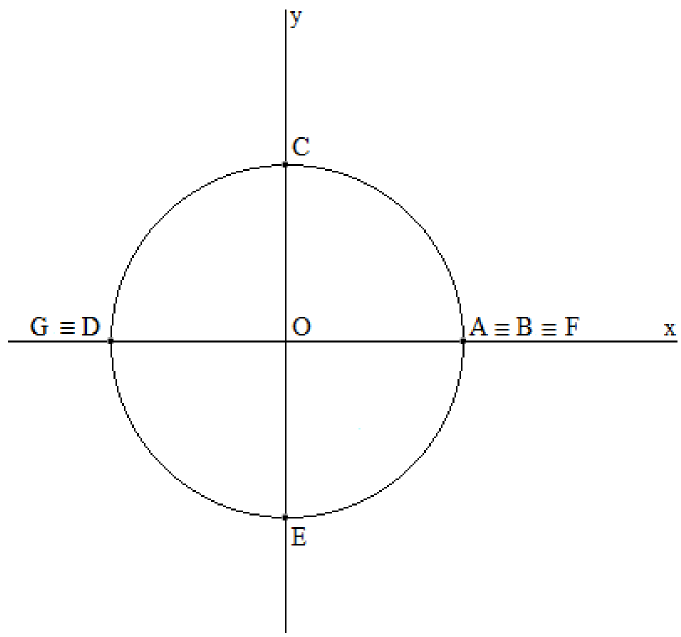
Abaixo, uma representação de um círculo trigonométrico de raio unitário, centro em O, origem em A, divididos pelos eixos cartesianos x e y e os respectivos quadrantes. Lembrando que o ponto A se move no sentido anti-horário pela extensão da circunferência, assim como as posições dos quadrantes.



Exemplo:

Vamos elaborar os passos a seguir:

- Construir um círculo, simbolicamente com raio unitário;
- Traçar os eixos cartesianos x e y;
- Marcar o centro O;
- Marcar a origem A;
- Marcar o ponto B igual a uma volta;
- Marcar o ponto C igual a um quarto de volta;
- Marcar o ponto D igual a meia volta;
- Marcar o ponto E igual a três quartos de volta;
- Marcar o ponto F igual a duas voltas;
- Marcar o ponto G igual a duas voltas e meia.

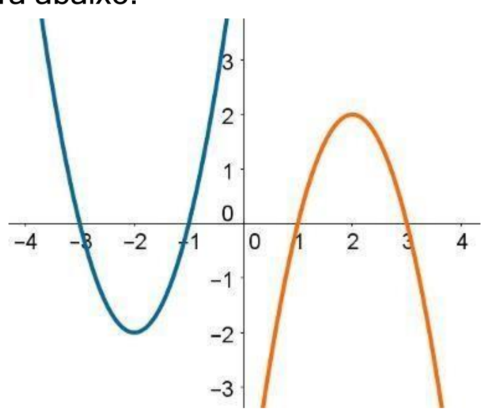


As voltas são chamadas de repetições periódicas e formam arcos sobre o círculo trigonométrico, assunto que veremos em um estudo mais a frente.

3 - Aula 2: Função polinomial do 2º grau.

Compreender o conceito.

A função polinomial do 2º grau também é conhecida como função quadrática e é escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Como função, gera gráfico, representado por parábolas, como mostra a figura abaixo.



(Fonte: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/relacao-entre-parabola-coeficientes-uma-funcao-segundo-grau.htm#)

Sendo assim, a função quadrática é toda função em f: R → R, na qual $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, pois com $a = 0$ não teremos uma função do 2º grau, mas sim uma função do 1º grau. Podemos escrever $f(x) = y$.

O significado dos coeficientes.

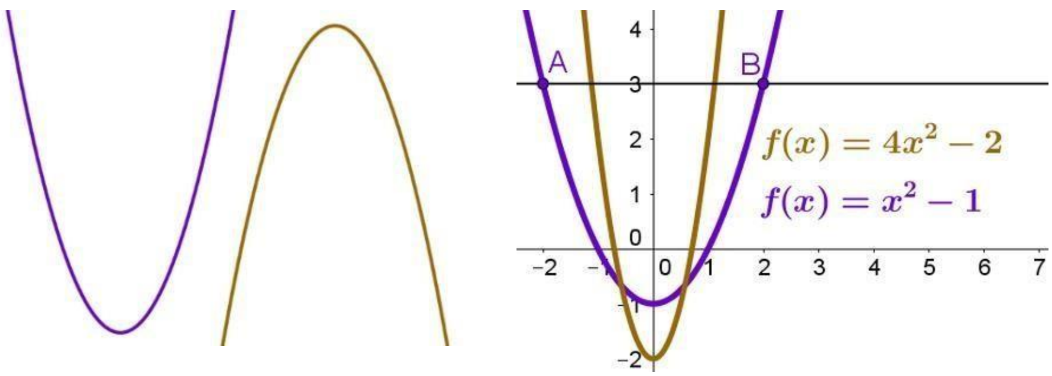
Os coeficientes de uma função quadrática são os números reais representados por **a**, **b** e **c**.

Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Coeficiente a: determina a concavidade da parábola e a abertura da mesma.

$a > 0$ – concavidade da parábola para cima

$a < 0$ – concavidade da parábola para baixo



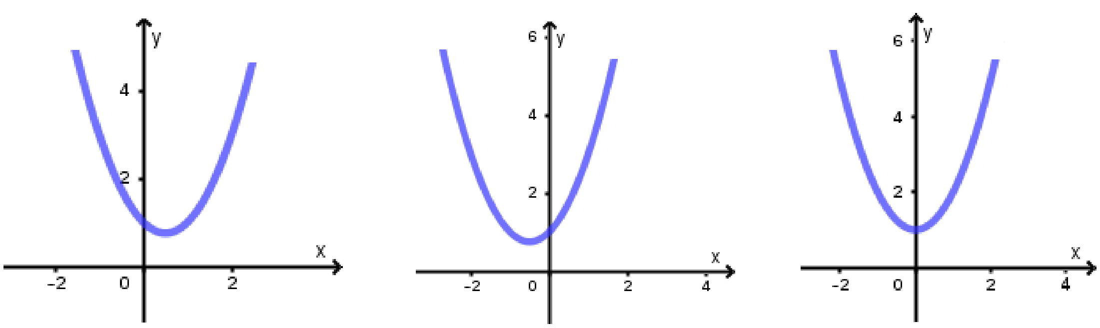
(Fonte: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/relacao-entre-os-coeficientes-grafico-uma-funcao-segundo-grau.htm#)

Coeficiente b: determina a inclinação da parábola após passar o eixo y.

$b < 0$ – a partir da interseção com o eixo y, a curvatura da parábola irá descer;

$b > 0$ – a partir da interseção com o eixo y, a curvatura da parábola irá subir;

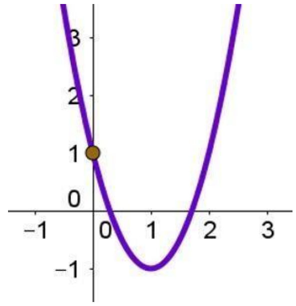
$b = 0$ – a partir da interseção com o eixo y, não existirá inclinação;



b < 0 **b > 0** **b = 0**

Coeficiente c: representa o ponto de interseção da parábola com o eixo y.

$f(x) = 2x^2 - 4x + 1$



(Fonte: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/relacao-entre-os-coeficientes-grafico-uma-funcao-segundo-grau.htm#)

Identificar os coeficientes de uma função polinomial do 2º grau.

Exemplo:

Sendo $f(x) = -2x^2 + 3x - 8$, determine os seus coeficientes.

Solução:

$a = -2$

$b = +3$

$c = -8$

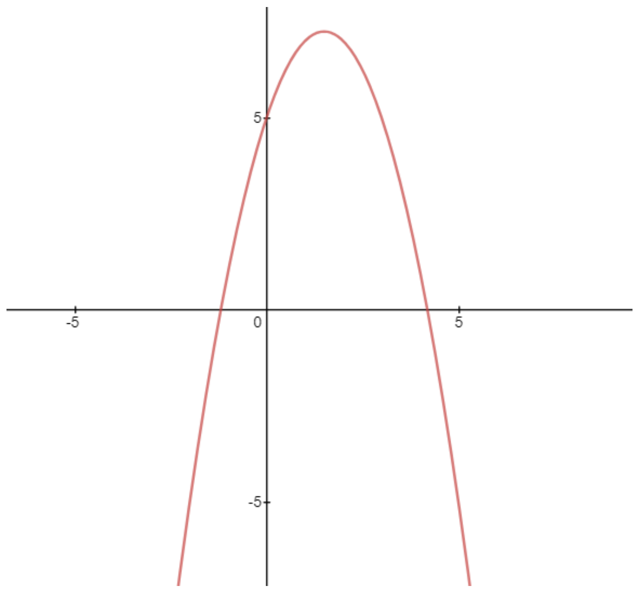
Analisar e representar graficamente os coeficientes de uma função polinomial do 2º grau.

Exemplo:

Sendo $f(x) = -x^2 + 3x + 5$, como é representada graficamente de acordo com seus coeficientes?

Solução:

Se $a < 0$, a parábola tem concavidade para baixo e sendo $c = +5$, a mesma intercepta o eixo y no ponto +5, como mostra a figura.



(Fonte: https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR)

4 - Aula 3: Cálculo de máximos e mínimos.

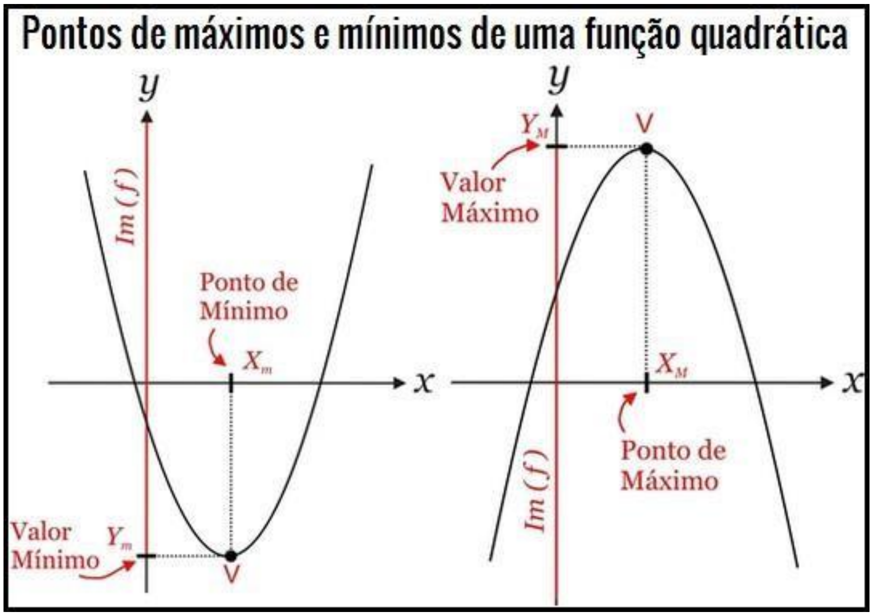
Tanto para cálculo de máximo, como cálculo de mínimo de uma função quadrática, precisamos encontrar o valor das coordenadas do vértice da parábola, ou seja, (x_v, y_v).

$$x_v = -\frac{b}{2a} \qquad y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Lembrando que: $\Delta = b^2 - 4ac$

Quando falamos no ponto mínimo de uma parábola, estamos nos referindo ao ponto (x_v, y_v) do vértice da parábola com concavidade para cima.

Quando falamos no ponto máximo de uma parábola, estamos nos referindo ao ponto (x_v, y_v) do vértice da parábola com concavidade para baixo.



(Fonte: https://www.obaricentrodamente.com/2009/12/demonstracao-dos-pontos-de-maximo-e.html)

Exemplo 1:

Determine o ponto mínimo da função f(x) = $2x^2 - 8x + 6$

Solução:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{(-8)}{2(2)}$$

$$x_v = \frac{8}{4}$$

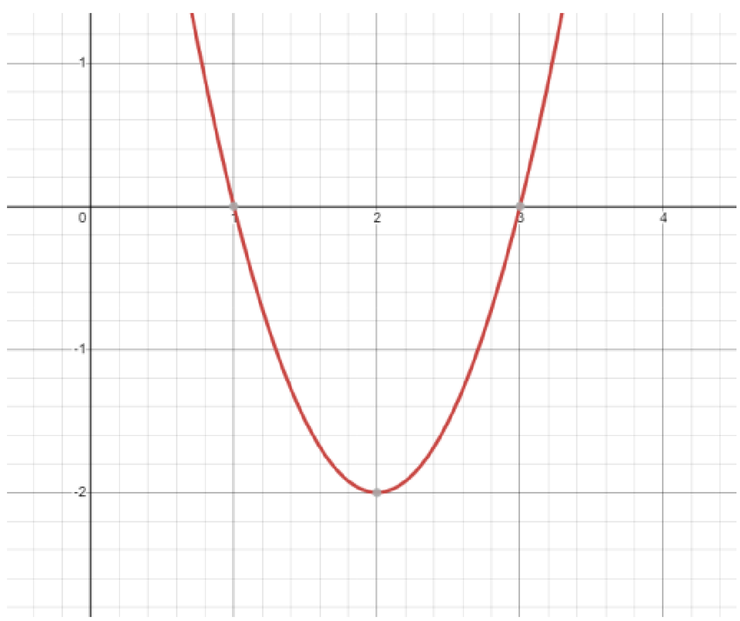
$$\mathbf{x_v = 2}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$y_v = \frac{-[(-8)^2 - 4\,(2)(6)]}{4(2)}$$

$$y_v = \frac{-[64 - 48]}{8}$$

$$y_v = \frac{-[16]}{8}$$



$$y_v = \frac{-16}{8}$$

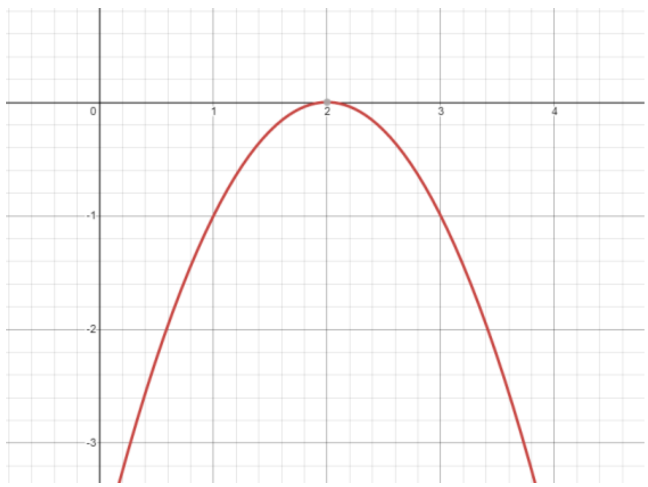
$$\mathbf{y_v = -2}$$

Logo, o ponto mínimo é (2, -2), como mostra o gráfico.

Exemplo 2:

Determine o ponto máximo da função f(x) = $-x^2 + 4x - 4$

Solução:



$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{(+4)}{2(-1)}$$

$$x_v = \frac{-4}{-2}$$

$$\mathbf{x_v = 2}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$y_v = \frac{-[(+4)^2 - 4\,(-1)(-4)]}{4(-1)}$$

$$y_v = \frac{-[16 - 16]}{-4}$$

$$y_v = \frac{0}{-4}$$

$$\mathbf{y_v = 0}$$

Logo, o ponto máximo é (2, 0), como mostra o gráfico.

5 – Aula 4: Problemas com máximos e mínimos.

1) (IF MG 2013). O gerente de um estabelecimento comercial observou que o lucro (L) de sua loja dependia da quantidade de clientes (c) que frequentavam o mesmo diariamente. Um matemático analisando a situação estabeleceu a seguinte função:

$L(c) = – c^2 + 60c – 500$

Qual seria o número de clientes necessário para que o gerente obtivesse o lucro máximo em seu estabelecimento?

Solução

Analisando a função L, observamos que a = -1, logo a < 0, de onde concluímos que o gráfico é côncavo para baixo, possuindo um valor máximo.

Calculando o x do vértice:

$x_v = -b/2a$

$x_v = -60/2 \cdot (-1)$

$x_v = -60/(-2)$

$x_v = 30$

Logo, o estabelecimento tem o lucro máximo quando atende 30 clientes por dia.

(Fonte: https://sabermatematica.com.br/exercicios-resolvidos-sobre-maximo-e-minimo.html)

2) Em uma apresentação aérea de acrobacias, um avião a jato descreve um arco no formato de uma parábola de acordo com a seguinte função $y = -x^2 + 60x$. Determine a altura máxima atingida pelo avião.

Solução:

Parábola com concavidade voltada para baixo. Coeficientes da função: a = -1, b = 60 e c = 0. A altura máxima será representada por y_v.

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$y_v = \frac{-[(60)^2 - 4\,(-1)(-0)]}{4(-1)}$$

$$y_v = \frac{-[3600 - 0]}{-4}$$

$$y_v = \frac{-3600}{-4}$$

$$y_v = 900$$

Logo, a altura máxima atingida pelo avião de acordo com a função foi de 900 metros.

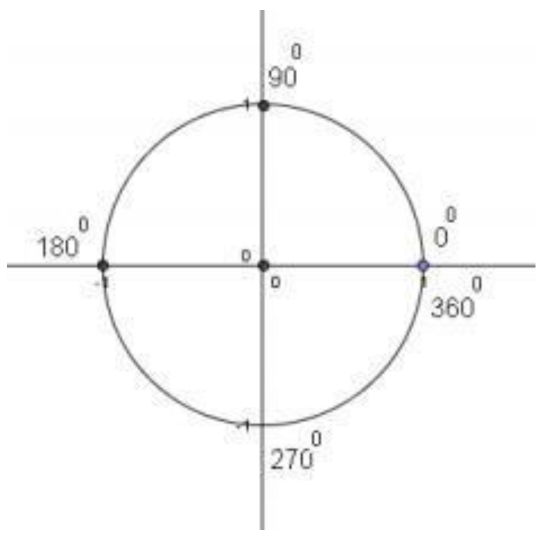
(Fonte: https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-maximo-minimo.htm)

6 - Aula 5: Radiano como unidade de medida de arcos.

Identificar o radiano como unidade de medida de arco.

A unidade de medida angular mais usada é o grau, mas veremos agora, outra unidade de medida, o radiano, que será usado para medidas de arcos do círculo trigonométrico.

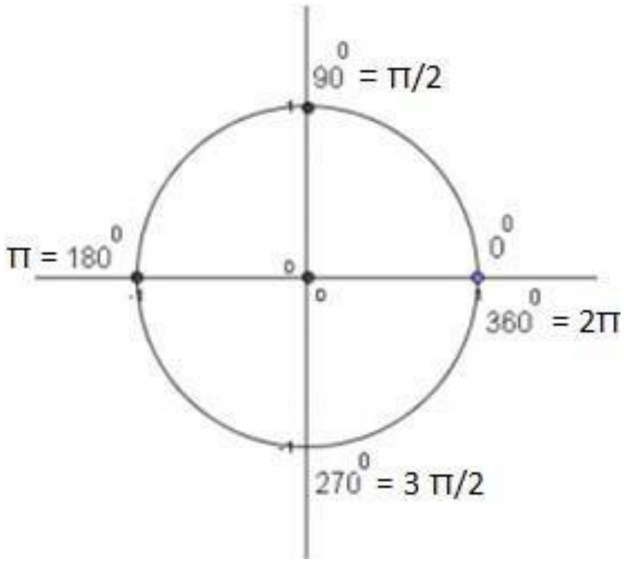
Vamos primeiro, ver a representação gráfica do círculo trigonométrico dividido em graus, como mostra a figura abaixo.



Equivalência entre graus e radianos.

$360º = 2\pi$ ou $180º = \pi$.

Desta forma, podemos fazer uma releitura, em radianos, da figura acima.



Transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

Percebemos anteriormente que as medidas em graus e as medidas em radianos são equivalentes, portanto, usaremos nas transformações, regra de três simples.

$$\frac{360º}{2\pi} \text{ ou } \frac{180º}{\pi}$$

Exemplo 1:

Transformar 60º em radianos.

Solução:

$$\frac{180º}{\pi} = \frac{60º}{x}$$

180º x = 60ºπ

x = 60ºπ/180º

$x = \frac{\pi}{3}$ rad

Exemplo 2:

Transformar $\frac{\pi}{4}$ radianos em graus.

Solução:

$$\frac{180º}{\pi} = \frac{x}{\frac{\pi}{4}}$$

$\pi x = 180º \cdot \frac{\pi}{4}$

$\pi x = 45º\ \pi$

$x = \frac{45º\ \pi}{\pi}$

$x = 45º$

7 – Atividades propostas.

1) Quais são os coeficientes a, b e c da função $y = x^2 + 5x$?

a) 2, 5 e 1

b) 1, 5 e 0

c) 1, 1 e 1

d) 5, 1 e 1

e) 2, 2 e 5

2) Determine as coordenadas (x_v, y_v) do vértice da função $y = -2x^2 + 8x - 6$

a) (-2, -6)

b) (6, -6)

c) (1, -4)

d) (2, 2)

e) (4, -6)

3) (EsPCex 2013). Uma indústria produz mensalmente x lotes de um produto. O valor mensal resultante da venda deste produto é $V(x) = 3x^2 - 12x$ e o custo mensal da produção é dado por $C(x) = 5x^2 - 40x - 40$. Sabendo que o lucro é obtido pela diferença entre o valor resultante das vendas e o custo da produção, então o número de lotes mensais que essa indústria deve vender para obter lucro máximo é igual a:

a) 4 lotes

b) 5 lotes

c) 6 lotes

d) 7 lotes

e) 8 lotes

4) Qual o valor, em radianos, do arco com 225º?

a) $\pi/2$

b) $3\pi/4$

c) $5\pi/4$

d) $6\pi/5$

e) $7\pi/9$

5) Qual o valor, em graus, do arco com $5\pi/9$?

a) 75º

b) 90º

c) 100º

d) 135º

e) 205º

8 – Resumo.

As aulas orientadas mostram a importância das atividades usando trigonometria, a função polinomial do 2º grau em sua vasta abordagem, assim como em problemas contextualizados, muito das vezes envolvendo situações do nosso dia a dia e não deixando a importância em conhecer e transformar unidades de medidas de arcos. É esperado que os conhecimentos abordados tenham o poder de engrandecer o pensar do aluno, o colocando capaz de questionamentos.

Considerações Finais.

Estas Orientações de Estudos, não esgotam a abordagem do conteúdo, por isso sinalizamos a seguir materiais que podem auxiliá-los a compreender melhor cada item abordado. Acreditamos que com as videoaulas e os podcasts, o que estudamos ficará mais nítido para todos.

Esperamos que tenham tido uma leitura prazerosa dos conteúdos abordados.

9 – Referências Audiovisuais.

Função Polinomial do 2º Grau **: https://www.geogebra.org/m/dZRBfMH6**

10 – Referências Bibliográficas.

[1] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos e funções. 8 ed. São Paulo: Atual, 2006

[2] LIMA, Elon Lages; ET al. A Matemática do Ensino Médio; volume 1; Rio de Janeiro, Sociedade brasileira de Matemática, 2006