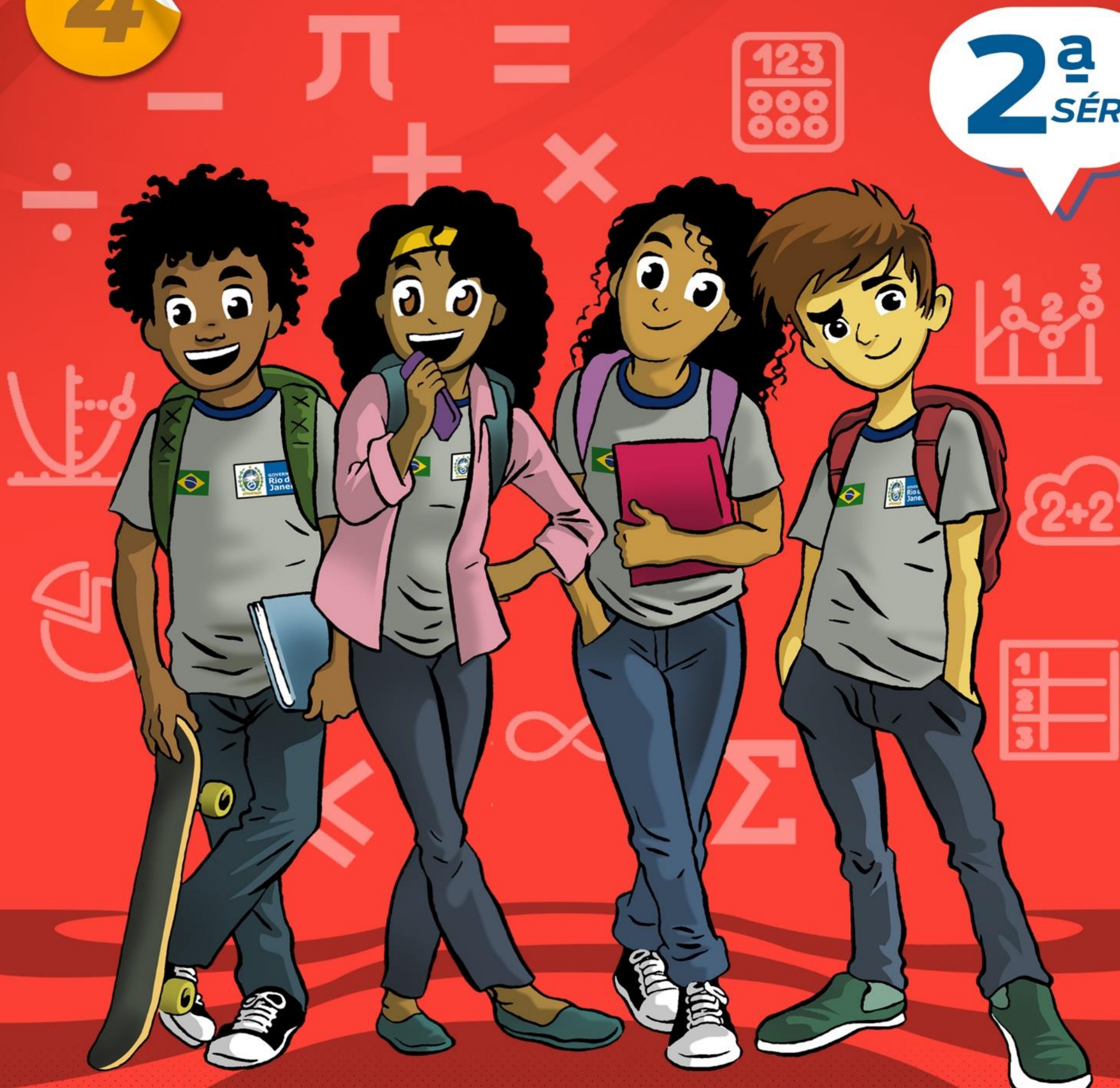
ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS DE

MATEMÁTICA

4

2ª SÉRIE



Ensino Médio

Secretaria de Educação

GOVERNO DO ESTADO RIO DE JANEIRO

/SeeducRJ /seeducrj /seeducrio

Secretaria de
Educação

GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO

Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação

Comte Bittencourt
Secretário de Estado de Educação

Andrea Marinho de Souza Franco
Subsecretária de Gestão de Ensino

Elizângela Lima
Superintendente Pedagógica

Maria Claudia Chantre
Coordenadoria de Áreas de conhecimento

Assistentes
Carla Lopes
Cátia Batista
Fabiano Farias de Souza
Roberto Farias
Verônica Nunes

Texto e conteúdo

Prof. Evaldo de Lima
C.E. Pastor Miranda Pinto
Prof.ª Fátima Cristina R. dos S. Magalhães
C.E. João Proença
Prof. Herivelto Nunes Paiva
C.E. Pandiá Calógeras
Prof. Jonas da Conceição Ricardo
CIEP 394 Cândido Augusto Ribeiro Neto
Prof. Lucas José Ribeiro
C.E. Professor José Accioli
Prof. Luciano Silva Terencio de Jesus
CEJA Petrópolis
Prof.ª Mônica de Siqueira da Cunha
C.E. Pastor Miranda Pinto

Capa
Luciano Cunha

Revisão de texto

Prof ª Andreia Cristina Jacurú Belletti
Prof ª Andreza Amorim de Oliveira Pacheco.
Prof ª Cristiane Ramos Costa
Prof ª Deolinda da Paz Gadelha
Prof ª Elizabete Costa Malheiros
Prof ª Karla Menezes Lopes Niels
Prof ª Kassia Fernandes da Cunha
Prof Marcos Giacometti
Prof Mário Matias de Andrade Júnior
Prof Paulo Roberto Ferrari Freitas
Prof ª Sammy Cardozo Dias
Prof Thiago Serpa Gomes da Rocha

Esse documento é uma curadoria de materiais que estão disponíveis na internet, somados à experiência autoral dos professores, sob a intenção de sistematizar conteúdos na forma de uma orientação de estudos

Secretaria de Educação

GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO

Matemática – Orientações de Estudos

SUMÁRIO

Secretaria de
Educação

GOVERNO DO ESTADO
RIO DE JANEIRO

ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS para Matemática

4º Bimestre de 2020 – 2º Ano – Ensino Médio

META:

Apresentar o conceito e resolução de sistemas lineares, conceituar e determinar métodos de cálculo de área e volume de uma esfera.

OBJETIVOS:

Ao final destas Orientações de Estudos, você deverá ser capaz de:

1. Identificar um sistema linear.
2. Resolver um sistema linear.
3. Reconhecer e calcular área e volume de uma esfera.

INTRODUÇÃO

Olá pessoal, nestas orientações de estudos iremos retornar um conceito que já foi visto no ensino fundamental, que é o conceito de sistema lineares. Porém nessa abordagem faremos a introdução de dois novos métodos de resolução, por escalonamento e pela regra de Cramer.

Ao final retornaremos ao conteúdo de geometria, espacial onde faremos a abordagem de área e volume da sfera.

2- Aula 1- Sistemas Lineares

Para darmos início a este conteúdo vamos, fazer uma abordagem prática exemplificando a utilização de sistema linear modelado por um problema.

1- *Três amigos, Nunes, Ricardo e Vandre, ao confrontarem suas contas de telefone celular, ficaram curiosos em saber quanto custou um minuto de cada tipo de ligação realizada. As três contas apresentavam ligações para telefones fixo e móveis, e ligações internacionais para Paris, onde haviam participado de um congresso de Matemática.*

A tabela 1 nos apresenta o tempo (em minuto) das ligações que pessoa efetuou e o valor correspondente da conta, já descontado o preço da assinatura.

	Fixo	Móvel	Internacional (Paris)	Valor (R$)
Nunes	20 min	12 min	4 min	24,40
Ricardo	28 min	8 min	6 min	26,80
Vandré	16 min	10min	10 min	29,40

Podemos denominar por x, y e z os preços das ligações para telefone fixos, móveis e internacionais, respectivamente, ao fazermos isso temos a seguinte representação .

- ✓ Nunes: $20x + 12y + 4z = 24{,}40$
- ✓ Ricardo: $28x + 8y + 6z = 26{,}80$
- ✓ Vandre: $16x + 10y + 10z = 29{,}40$

Vejamos agora um outro exemplo:

2- *Duas amigas, Silva e Belline também decidiram confrontarem suas contas de telefone celular, buscando identificar quanto custou um minuto de cada tipo de ligação realizada. As duas contas possuem somente ligações de telefone móvel e ligações internacionais.*

A tabela 2 nos apresenta o tempo (em minuto) das ligações que a pessoa efetuou e o valor correspondente da conta, já descontado o preço da assinatura.

	Móvel	Internacional	Valor (R$)
Silva	18 min	6 min	36,60
Belline	12min	9 min	40,20

Assim como fizemos no primeiro exemplo podemos denominar as ligações por letras, vamos usar as letras M e I para denominar as ligações para telefones móveis e internacionais, respectivamente ao fazermos isso temos a seguinte representação:

- ✓ Silva: $18m + 6i = 36{,}60$
- ✓ Bellini: $12m + 9i = 40{,}20$

Seja no primeiro ou no segundo exemplo cada equação é formada por uma equação linear, pois há incógnitas, há uma igualdade entre os termos e o maior expoente das incógnitas é igual a 1.

Tanto as equações originárias da tabela 1 quanto da tabela 2 constitui uma representação de um sistema linear, sendo a primeira um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas, e a segunda de 2 equações e duas incógnitas sendo representada da seguinte forma:

$$\mathrm{I} = \begin{cases} 20x + 12y + 4z = 24{,}40 \\ 28x + 8y + 6z = 26{,}80 \\ 16x + 10y + 10z = 29{,}40 \end{cases} \qquad \mathrm{II} = \begin{cases} 18m + 6i = 36{,}60 \\ 12m + 9i = 40{,}20 \end{cases}$$

Podemos definir um sistema linear como sendo um sistema com 2 ou mais equações e n incógnitas, como representado anteriormente nos dados da tabela 1 e 2 (3 equações e 3 incógnitas; 2 equações e 2 incógnitas, respectivamente).

Genericamente podemos representar um sistema linear da seguinte forma :

$$\begin{cases} \mathrm{a}_{11}\mathrm{x}_1 + \mathrm{a}_{12}\mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{a}_{1\mathrm{n}}\mathrm{x}_\mathrm{n} = \mathrm{b}_1 \\ \mathrm{a}_{21}\mathrm{x}_1 + \mathrm{a}_{22}\mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{a}_{2\mathrm{n}}\mathrm{x}_\mathrm{n} = \mathrm{b}_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \mathrm{a}_{\mathrm{m}1}\mathrm{x}_1 + \mathrm{a}_{\mathrm{m}2}\mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{a}_{\mathrm{mn}}\mathrm{x}_\mathrm{n} = \mathrm{b}_\mathrm{n} \end{cases}$$

Sendo,

- ✓ $x_1, x_2, x_3, x_4 \dots, x_n$ são as incógnitas;
- ✓ $a_1, a_2, a_3, a_4 \dots, a_n$ são os coeficientes;
- ✓ b, termo independente.

Todo sistema linear pode ser representado em forma de matriz, vejamos como podemos representar os exemplos anteriores em forma de matriz.

$$\begin{cases} 20x + 12y + 4z = 24{,}40 \\ 28x + 8y + 6z = 26{,}80 \\ 16x + 10y + 10z = 29{,}40 \end{cases}$$

$$A = \underbrace{\begin{pmatrix} 20 & 12 & 4 \\ 28 & 8 & 6 \\ 16 & 10 & 10 \end{pmatrix}}_{\text{Matriz dos Coeficientes}} \qquad B = \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ x \end{pmatrix}}_{\substack{\text{Matriz das} \\ \text{Incógnitas}}} \qquad C = \underbrace{\begin{pmatrix} 26{,}40 \\ 26{,}80 \\ 29{,}40 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{Matriz dos} \\ \text{Termos Independetes}}}$$

3- **Aula 2-** Resolução de um Sistema Linear (Escalonamento)

Além dos métodos já conhecidos de resolução dos sistemas lineares, como por exemplo substituição e adição, nesta duas próximas aulas iremos falar de mais dois:

escalonamento e por regra de Cramer.

O primeiro método consiste na eliminação de variáveis, o que irá tornar a resolução do sistema mais simples e o segundo método irá fazer uso do conceito de determinantes, vamos ver cada um desses métodos.

Um sistema é dito escalonado quando observamos que de uma equação linear para a outra há um aumento de quantidades de coeficientes nulos, antes do primeiro coeficiente não nulo.

Exemplos:

$$a)\begin{cases} x + 2y + 4z = 17 \\ 0x + 8y + 6z = 34 \\ 0x + 0y + 10z = 30 \end{cases}$$

$$b)\begin{cases} x - y + 4z = 1 \\ 0x + 2y + 6z = 10 \\ 0x + 0y + 5z = 5 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ 0x + 7y + 6z = 1 \\ 0x + 0y + 7z = -7 \end{cases}$$

O processo de Escalonamento

Para termos um sistema linear escalonado, onde o mesmo seja composto por um sistema de 3 incógnitas e 3 equações, como no exemplo acima, devemos seguir os seguintes passos:

- ✓ Escolhemos como a primeira equação, aquela cujo coeficiente da 1ª incógnita não seja nulo, e se possível seja igual a 1 ou a -1, pois isso irá nos facilitar no processo de escalonamento.
- ✓ Anulamos os coeficientes de *x* da 2ª e da 3ª equação.
- ✓ Anulamos o coeficiente de *y* na 3ª equação, vejamos na prática como podemos aplicar esses passos.

Atividade resolvida:

1- Seja o sistema linear $\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ 2x + y + 3z = 9 \\ -x + 2y - 8z = -15 \end{cases}$, determinar os valores de x, y e z pelo processo de escalonamento.

1º Como a primeira equação linear está com o coeficiente de x começando por 1, não precisamos trocar ficando da mesma forma:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ 2x + y + 3z = 9 \\ -x + 2y - 8z = -15 \end{cases}$$

2º Anulando a incógnita x na segunda e terceira equação: Para isso iremos multiplicar a primeira linha por (-2) e somar com a segunda linha e iremos somar a primeira linha com a terceira linha.

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \quad \cdot (-2) + \\ 2x + y + 3z = 9 \\ -x + 2y - 8z = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ 0x - 3y - 5z = -13 \\ 0x + 4y - 4z = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ -3y - 5z = -13 \\ 4y - 4z = -4 \end{cases}$$

3º Agora vamos eliminar o y na terceira equação, para isso precisamos torná-lo simétrico, iremos multiplicar a segunda linha e a terceira linha por 4 e 3 respectivamente, ficando da seguinte forma:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ -3y - 5z = -13 \ \cdot (4) \\ 4y - 4z = -4 \cdot (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ -12y - 20z = -52 + \\ 12y - 12z = -12 \end{cases}$$

Somando agora a segunda linha com a terceira linha temos:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ -12y - 20z = -52 \\ 0y - 32z = -64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ -12y - 20z = -52 \\ -32z = -64 \end{cases}$$

Agora que temos 3 incógnitas na primeira linha, 2 incógnitas na segunda e somente 1 na última linha, se torna mais simples descobrir os valores, devendo começar de baixo para cima e efetuando as devidas substituições, após encontrar cada valor referente a sua respectiva incógnita, ficando da seguinte forma:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ -12y - 20z = -52 \\ -32z = -64 \Rightarrow z = \dfrac{-64}{-32} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ -12y - 20 \cdot 2 = -52 \Rightarrow \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ -20y - 20 \cdot 2 = -52 \Rightarrow -12y = -52 + 40 \Rightarrow y = \dfrac{-12}{-12} = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \Rightarrow x + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 11 \Rightarrow x = 11 - 10 = 1 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Então temos como solução desse sistema os valores {x= 1, y = 1 e z= 2}

Em um sistema de duas incógnitas e duas equações a resolução acontece da mesma forma, sendo até mais simples efetuarmos as operações algébricas vejamos.

Atividade Resolvida:

2- Determine a solução do sistema linear $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x + y = 2 \end{cases}$ pelo método do escalonamento.

1º como temos apenas duas equações não temos a necessidade de inverter a 2ª equação com a 1ª com a finalidade de facilitar o cálculo, mas devemos continuar com a intenção de eliminar uma das incógnitas na segunda linha. Pelo fato de não termos valores simétricos em nenhuma das duas incógnitas, devemos escolher uma delas para tornar, sendo nesse caso escolhido o x.

Com isso vamos multiplicar a segunda linha pelo valor de menos 3 e somar a linha de cima com a de baixo, ficando da seguinte forma:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x + y = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x + y = 2 \ \cdot (-3) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ -3x - 3y = -6 \end{cases}$$

Agora podemos efetuar a soma da 1ª linha com a 2ª linha.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 10 + \\ -3x - 3y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 0x + y = 4 \end{cases}$$

Agora que já temos o valor de y, basta substituir na 1ª equação.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 10 \Longrightarrow 3x + 4 \cdot 4 = 10 \Longrightarrow x = \dfrac{10 - 16}{3} = -2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Então temos como solução desse sistema os valores {x= -2, y = 4}

4- **Aula 3- Método de Cramer**

Um sistema linear que possua número de incógnitas iguais ao número de equações pode ser resolvido fazendo uso do conceito de determinante, o mesmo conceito que já foi visto nas orientações curriculares do 3º bimestre.

Com isso iremos apresentar uma outra maneira de resolvermos um sistema linear vejamos o que devemos fazer:

Considere um sistema linear genérico $\begin{cases} ax + by + cz = k_1 \\ dx + ey + fz = k_2 \\ gx + hy + iz = k_3 \end{cases}$, onde *a, b, c , d, e , f* são coeficientes; x , y e z, incógnitas; k_1, k_2 e k_3

1º passo montamos uma matriz associada aos coeficientes do sistema linear e calculamos o seu determinante. $D = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & 1 \end{vmatrix}$, esse determinante deverá ser diferente de 0.

2º passo: calculamos o determinante de D_x, para isso substituímos na matriz do coeficiente a coluna de x pelos valores dos termos de K.

$$D_x = \begin{vmatrix} k_1 & b & c \\ k_2 & e & f \\ k_3 & h & 1 \end{vmatrix}$$

Repetimos esse processo para D_y e D_z

$$D_y = \begin{vmatrix} a & k_1 & c \\ d & k_2 & f \\ g & k_3 & 1 \end{vmatrix} \text{ e } D_z = \begin{vmatrix} a & b & k_1 \\ d & e & k_2 \\ g & h & k_3 \end{vmatrix}$$

Observação: Diferente do determinante de D, nos outros determinantes o valor pode ser 0.

Agora feito esses cálculos, para descobrimos os valores de x, y e z devemos fazer:

$$x = \frac{D_x}{D} \qquad y = \frac{D_y}{D} \qquad z = \frac{D_z}{D}$$

Esse mesmo conceito se aplica ao um sistema que tenha 2 equações e duas incógnitas, sendo diferenciado somente no processo de determinação do valor do determinante:

Considere um sistema linear genérico $\begin{cases} ax + by = k_1 \\ cx + dy = k_2 \end{cases}$, onde *a, b, c , d,* são coeficientes; x e y , incógnitas; k_1, k_2

1º passo montamos uma matriz associada aos coeficientes do sistema linear e calculamos o seu determinante. $D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$, esse determinante deverá ser diferente de 0.

2º passo: calculamos o determinante de D_x, para isso substituímos na matriz do coeficiente a coluna de x pelos valores dos termos de K.

$$D_x = \begin{vmatrix} k_1 & b \\ k_2 & d \end{vmatrix}$$

Repetimos esse processo para D_y

$$\boldsymbol{D_y} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{a} & \boldsymbol{k_1} \\ \boldsymbol{c} & \boldsymbol{k_2} \end{vmatrix}$$

Observação: Diferente do determinante de D, os outros determinantes o valor pode ser 0.

Agora feito esses cálculos, para descobrimos os valores de x e y devemos fazer:

$$x = \frac{D_x}{D} \qquad \qquad y = \frac{D_y}{D}$$

Atividade Resolvidas:

1- Determine o valor do sistema linear $\begin{cases} x + 2y + 4z = 11 \\ 2x + y + 3z = 9 \\ -x + 2y - 8z = -15 \end{cases}$, pelo método de

Cramer

- ✓ Calculando o $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -8 \end{vmatrix} = 32$,

- ✓ Calculando o $D_x = \begin{vmatrix} 11 & 2 & 4 \\ 9 & 1 & 3 \\ -15 & 2 & -8 \end{vmatrix} = 32$

- ✓ Calculando o $D_y = \begin{vmatrix} 1 & 11 & 4 \\ 2 & 9 & 3 \\ -1 & -15 & -8 \end{vmatrix} = 32$

- ✓ Calculando o $D_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 11 \\ 2 & 1 & 9 \\ -1 & 2 & -15 \end{vmatrix} = 64$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{32}{32} = 1$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{32}{32} = 1$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{64}{32} = 2$$

2- Determine a solução do sistema linear $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x + y = 2 \end{cases}$ pelo método de Cramer.

- ✓ Calculando o $D = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$,

- ✓ Calculando o $D_x = \begin{vmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2$

- ✓ Calculando o $D_y = \begin{vmatrix} 3 & 10 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{2}{-1} = -2 \quad \Bigg| \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{-4}{-1} = 4$$

5- Aula 4- Resolução de Problemas por modelagem de Sistemas Lineares

Como vimos até agora os sistemas lineares são um conjunto de equações lineares. Na aula 1 foi apresentado dois problemas que modelamos por meio de um sistema linear, um com 3 incógnitas e com 3 equações e outro com 2 incógnitas e duas equações. Vejamos agora mais situações que podemos resolver por meio de resolução de sistemas.

Atividades resolvidas.

1- Em um supermercado, há três marcas de cestas básicas, x, y e z, cada uma contendo café, leite e açúcar. Não existe uma diferenciação entre as cestas pelo conteúdo, porém há diferenciação pela quantidade de produtos. Abaixo destacamos essas cestas.

- cesta x: 5 pacotes de biscoito, 2 latas de leite e 3 kg de açúcar ;
- cesta y: 2 pacotes de biscoito, 1 latas de leite e 3 kg de açúcar;
- cesta z: 3 pacotes de biscoito, 1 latas de leite e 2 kg de açúcar.

Se os preços das cestas são, respectivamente: R$ 35,00, R$ 21, 00 e R$ 20,00, qual é o valor do pacote de cada produto citado?

Solução:

Vamos representar o biscoito pela letra *b*, o leite pela letra *l* e o açúcar pela letra *a,* sendo assim temos:

$$\begin{cases} 5b + 2l + 3a = 35 \\ 2b + l + 3a = 21 \\ 3b + l + 2a = 20 \end{cases}$$

Como o exercício não especifica uma forma de resolução, podemos escolher qualquer uma, nesse caso vamos usar a regra de Cramer, sendo assim temos:

- ✓ Calculando o $D = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2$,
- ✓ Calculando o $D_b = \begin{vmatrix} 35 & 2 & 3 \\ 21 & 1 & 3 \\ 20 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4$
- ✓ Calculando o $D_l = \begin{vmatrix} 5 & 35 & 3 \\ 2 & 21 & 3 \\ 3 & 20 & 2 \end{vmatrix} = 16$
- ✓ Calculando o $D_a = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 35 \\ 2 & 1 & 21 \\ 3 & 1 & 20 \end{vmatrix} = 6$

$$b = \frac{D_b}{D} = \frac{4}{2} = 2 \qquad l = \frac{D_l}{D} = \frac{16}{2} = 8 \qquad a = \frac{D_a}{D} = \frac{6}{2} = 3$$

Logo, os preços dos pacotes de biscoito, da lata de leite e quilo de açúcar são R$ 2,00, R$ 8,00 e R$ 3,00, respectivamente.

2- (UFF-RJ) Um biscoito é composto por açúcar, farinha de trigo e manteiga, sendo a quantidade de farinha o dobro da quantidade de açúcar. Os preços por quilograma do açúcar, da farinha e da manteiga são, respectivamente, R$ 0,50, R$ 0,80 e R$ 5,00. O custo por quilograma de massa do biscoito, considerando apenas esses ingredientes, é R$ 2,42. Calcule a quantidade, em gramas, de cada ingrediente presente em 1 kg de massa do biscoito

Solução:

Mais uma vez iremos fazer uso dos sistemas lineares, sendo adotado para açúcar a letra a, farinha letra f e manteiga a letra m, sendo assim temos:

Sabemos que $f = 2\,a$. Nesse caso temos 3 incógnitas e 2 equações, vamos montar o sistema

$$\begin{cases} a + f + m = 1 \\ 0{,}5\,a + 0{,}8\,f + 5{,}00m = 2{,}42 \end{cases}$$

Como foi falado que $f = 2\,a$, vamos usar esse valor na equação:

$$\begin{cases} a + f + m = 1 \\ 0{,}5\,a + 0{,}8\,f + 5{,}00m = 2{,}42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2a + m = 1 \Rightarrow m = 1 - 3a \\ 0{,}5\,a + 0{,}8\,(2a) + 5{,}00(1 - 3a) = 2{,}42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 2a + m = 1 \Rightarrow m = 1 - 3a \\ 0{,}5\,a + 1{,}6a - 15a + 5{,}00 = 2{,}42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2a + m = 1 \Rightarrow m = 1 - 3a \\ -12{,}9a = 2{,}42 - 5{,}00 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 2a + m = 1 \Rightarrow m = 1 - 3a \\ -12{,}9a = -2{,}48 \Rightarrow a = \dfrac{-2{,}48}{-12{,}9} = 0{,}2 \end{cases}$$

$$m = 1 - 3a \Rightarrow m = 1 - 3 \cdot 0{,}2 = 0{,}4$$

$$m = 1 - 3a \Rightarrow m = 1 - 3 \cdot 0{,}2 = 0{,}4$$

$$f = 2 \cdot 0{,}2 = 0{,}4$$

Com isso nós temos, farinha 400g, margarina, 400g e açúcar 200g.

6- Aula 5- Esfera

Seja uma cebola, uma bola de gude , uma bola de tênis ou uma laranja, todas elas têm algo em comum, todas representam uma esfera, mas o que seria uma esfera, ao fazermos uma definição formal pensando em geometria espacial ?

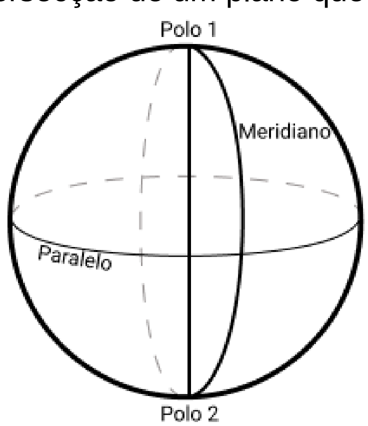
Uma definição que podemos utilizar é a feita por Dolce e Pompeo (2013,p.241) que é a seguinte: ***"A esfera é também o sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro***".

Uma esfera, é formada por elementos que nem sempre damos atenção são eles:

- ✓ **Cunha Esférica**: região formada entre dois semicírculos ligados pelo eixo de rotação, podemos comparar com um gomo de tangerina
- ✓ **Fuso Esférico**: Parte da superfície de uma esfera obtida a partir da rotação de uma semicircunferência de um ângulo entre $0\ e\ 2\pi$, podendo ser comparado a parte da casca de uma tangerina;
- ✓ **Calota Esférica**: É uma parte da esfera que cortada por um plano, como se fosse tirada a parte de uma tangerina.

  Essas transformações podem ser mais bem compreendidas por meio do qrcode abaixo.

- ✓ **Polos**: São pontos que a superfície esférica se encontra com o eixo de rotação, podemos usar como exemplo os polos norte e sul da Terra.
- ✓ **Paralelo**: É a representação de uma circunferência na superfície esférica formada por planos perpendiculares ao eixo de rotação, sendo o maior paralelo conhecido como Equador
- ✓ **Meridiano**: É a Representação de uma circunferência em uma superfície esférica, sendo formada pela intersecção de um plano que contém o eixo de rotação.



Cálculo de Área e Volume

Diferente dos prismas e da pirâmide o cálculo da área de uma esférica é único, não tendo que calcular área lateral e área total, sendo assim o seu cálculo se dá pela seguinte fórmula:

$$Área_{Esfera} = 4\,\pi r^2$$

Enquanto o seu volume que tem a sua fórmula proveniente do cálculo do volume do cilindro, é dado por :

$$Volune_{Esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Atividades Resolvidas:

1- Determine a área de uma esfera de 4 cm de raio

Solução:

$$Área_{Esfera} = 4\,\pi r^2$$

$$Área_{Esfera} = 4\,\pi 4^2$$

$$Área_{Esfera} = 64\,\pi cm^2$$

2- Determine o Volume de uma esfera de raio 3 cm

$$Volune_{Esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$Volune_{Esfera} = \frac{4\pi 3^3}{3}$$

$$Volune_{Esfera} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 27}{3}$$

$$Volune_{Esfera} = 36\,\pi\ cm^3$$

7- Atividades Propostas:

1- Para se inscreverem em um concurso, Bruna, Paula e Carla deviam informar, com exatidão, quanto pesavam. Como não sabiam, precisaram usar uma balança que estava no local da inscrição. No entanto, a balança indicava apenas valores acima de 80 kg. Para resolver o problema, elas se pesaram duas a duas. Descobriram que Bruna e Paula pesavam, juntas, 95 kg; Paula e Carla, 110 kg; e Bruna e Carla, 106 kg. Determine quanto cada uma pesava no ato da inscrição.

a) Bruna, Paula e Carla pesam 45,5 kg, 49,5 kg e 60,5 kg, respectivamente.
b) Bruna, Paula e Carla pesam 45,5 kg, 49,5 kg e 65,5 kg, respectivamente.
c) Bruna, Paula e Carla pesam 49,5 kg, 49,5 kg e 60,5 kg, respectivamente.
d)Bruna, Paula e Carla pesam 45,5 kg, 49,5 kg e 50,5 kg, respectivamente.
e) Bruna, Paula e Carla pesam 45,5 kg, 48,5 kg e 60,5 kg, respectivamente.

2- (VUNESP-04) Maria tem em sua bolsa R$15,60 em moedas de R$ 0,10 e de R$ 0,25. Dado que o número de moedas de 25 centavos é o dobro do número de moedas de 10 centavos, o total de moedas na bolsa é:
a) 68
b) 75
c) 78
d) 81
e) 84

3- (UNIFESP-04) Numa determinada livraria, a soma dos preços de aquisição de dois lápis e um estojo é R$10,00. O preço do estojo é R$5,00 mais barato que o preço de três lápis. A soma dos preços de aquisição de um estojo e de um lápis é:

a) R$3,00
b) R$6,00
c) R$12,00
d) R$4,00

e) R$7,00

4- Determine a área de uma superfície esférica de 3 cm de raio.

a) $9\,\pi\ cm^2$
b) $18\,\pi\ cm^2$
c) $27\pi\ cm^2$
d) $36\,\pi\ cm^2$
e) $40\,\pi\ cm^2$

5- Determine o volume de uma superfície esférica de 5 cm de raio.

a) $\frac{125\pi}{3}\ cm^3$
b) $\frac{135\pi}{3}\ cm^3$
c) $\frac{250\pi}{3}\ cm^3$
d) $\frac{400\pi}{3}\ cm^3$
e) $\frac{500\pi}{3}\ cm^3$

8. Resumo

Nestas orientações de estudos foi apresentado o conceito de sistemas lineares, onde foram utilizados os conceitos de determinante como uma das formas da resolução do sistema, assim como a utilização do método de escalonamento. Observamos também a definição de uma esfera, onde abordamos o também cálculo da área e do seu volume.

Considerações Finais

Estas Orientações de Estudos não esgotam a abordagem do conteúdo, por isso sinalizamos a seguir materiais que podem auxiliá-los a compreender melhor cada item abordado. Acreditamos que com as videoaulas e os podcasts, o que estudamos ficará mais nítido para todos.

Esperamos que tenham tido uma leitura prazerosa dos conteúdos abordados.

9. Referências Audiovisuais

Operação com matrizes: encurtador.com.br/tEIMP

Resolução de sistema lineares : encurtador.com.br/jsPT4

Volume da esfera: encurtador.com.br/qrzEM

10. Referências Bibliográficas

ÁVILA, R. **Teoria e Questões de Matemática**, 1ª ed. Rio de Janeiro: XYZ 2014

ELON, L.L et al. **A Matemática do Ensino Médio**, 5ª ed V. 02- Rio de Janeiro: SBM 2004

IEZZI, G. et al. **Matemática, Ciências e Aplicações 2**; 6ª edição. São Paulo; Saraiva, 2017.